電位の簡単な入門 2007

Option

——本書の電位の定義および他書の電位の定義の解釈についての著者の意見——

A LIFE COM. バイオ研究室

富岡和人

1. まえがき

本書の第１回から第５回——文献１から文献５までのファイルのことである．——までを本書の本文としたファイルは既に発行した．この Option は電位および電位差の定義についての著者の意見をまとめたものである．本書の全体は，文献６および文献７を参考にして作成している．本書の第３回では電位の定義を説明した．本書の第４回では電位差の定義を説明した．その電位の定義では静電気的ポテンシャルエネルギーを使用した．しかし，２００７年現在までの日本国内の一般的な電位の説明ではポテンシャルエネルギーを使用しないで静電気力に抗する力のなす仕事で電位を説明しているものと解釈できるものがある．この電位の定義およびその説明の異なる箇所についての著者の意見を Option で論じる．静電気力に抗する力のなす仕事を使用しないでも電位を説明できることは本書の本文で示した．そのような仕事を使用した電位の定義を，著者が採用しない理由について２章から３章で説明する．

２章の全体で説明をしたことを３章で使用する．２章は，２章３節までの構成である．２章ではローレンツ力およびマクスウェルの方程式系を使用して，点電荷，電場および磁場の移動について説明をした．２章１節では，本書の電位および電位差の定義についてまとめた．２章２節では，２章１節の電位の定義を使用して静電気力に抗して正の点電荷が移動する場合の電位および電位差を説明した．２章３節では，２章１節の電位の定義を使用して静電気力に抗さないで正の点電荷が移動する場合の電位および電位差を説明した．

３章では著者が大学生のころに使用した３つの文献を使用して，それらの文献で使用された電位あるいは電位差の説明に対する著者の意見を論じた．３章の１節で使用した文献８の『電磁気学現象理論』は日本国内では名著としても紹介されることを著者は記憶している．３章の２節の文献９および文献１０の『ファインマン物理学』はノーベル物理学賞を受賞したファインマン博士を著者として紹介している文献である．３章の３節の文献１１の『詳解電磁気学演習』は日本国内の演習書としては有名な文献であるものと著者は考えている．これら３つの文献は１Cの点電荷が静電気力に抗すること——静電気力に抗する力あるいは静電気力に対する力のなす仕事量についての説明としての解釈もある．——を使用して電位を説明している．この仕事量の観点で著者の理解では不適切であるものと考える部分がある．３章の各節ではその観点において，各文献の説明に対する著者の意見を論じている．

本書の電位および電位差の定義を理解する助けになるものと考え，本書の Option を作成した．また，Option での相対性理論については文献１２を参考にした．文献１６および文献１８は，循環系の回路モデル理論の参考文献として著者が作成した特殊相対性理論についての無償のファイルである．本書全体は著者の専攻である循環系の回路モデルの参考文献として作成した．著者が作成した循環系の回路モデルのファイルは文献１３～文献１６および文献１９——著者の研究成果の報告およびその指導に使用する文献である．——である．文献１３および文献１９は論文として作成した．文献１４から文献１６は初心者向けの循環系の回路モデルの文献

である．著者が論文１３および論文１９で構築している循環系の回路モデル理論では電気回路論を応用している．このような循環系の回路モデルの基礎理論で著者が使用した電気回路論を理解するうえでも本書は参考になるものと考えている．

本書では‘誤り’がないことを保証はしない．本書の校正の作業は今後も行う予定である．本書の‘誤り’が見つかった際には不定期に改訂を行い発行する予定である．

目次

2. 電位の簡単な入門 2007 の説明

本書の第５回の４章でローレンツ力を説明した．ローレンツ力を（2.1）に再び記述する．(2.1）の右辺の第一項での（2.2）は電気力を意味した．(2.2) の電気力は静電場の電気力および動電場の電気力を記述している．(2.1）の右辺の第二項での（2.3）は磁気力を意味した．(2.3）の磁気力は磁場内を速度（2.4）で移動している点電荷に作用する力である．電気力（2.2）および磁気力（2.3）では場――電場および磁場のことである．――および点電荷を使用して力を記述している．

電気力（2.2）では正の点電荷には電場の向きと同じ向きに電気力（2.2）が作用する．しかし，磁気力（2.3）では磁束密度ベクトルおよび点電荷の速度（2.4）とは異なる向きに磁気力（2.3）が作用する．磁気力（2.3）では点電荷の移動方向――ここでは速度（2.4）の向きである．――は磁気力（2.3）の向きとは異なることを記述している．

$\mathbf{F}=q(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdots(2.1)$ ローレンツ力

$\mathbf{F}_E=q\mathbf{E}\cdots(2.2)$ 電気力

$\mathbf{F}_B=q\mathbf{v}\times\mathbf{B}\cdots(2.3)$ 磁気力

$\mathbf{v}\cdots(2.4)$

アインシュタインの特殊相対性理論ではニュートンの運動方程式をアインシュタインの修正による運動方程式として（2.5）で記述できる．運動方程式（2.5）では運動量（2.6）を仮定している．運動量（2.6）の右辺に記述している（2.7）は静止質量と呼ばれる．静止質量（2.7）は質点が静止している場合のその質点の質量である．運動量（2.6）の右辺の（2.8）を相対論的質量と呼ぶ．相対論的質量（2.8）は質点が運動量（2.6）の速度（2.4）で移動している場合のその質点の質量である．速度（2.4）で移動する質点の質量（2.8）は静止質量（2.7）よりも重いことを相対論的質量（2.8）では説明している．相対論的質量については文献１，文献１７および文献１８でも説明をしている．

$$\mathbf{f}=\frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}t}\cdots(2.5)$$

$$\mathbf{p}=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\times\mathbf{v},(v=|\mathbf{v}|)\cdots(2.6)$$

$m_0\cdots(2.7)$ 静止質量

$\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},(v=|\mathbf{v}|)\cdots(2.8)$ 相対論的質量

磁気力（2.3）および相対論的質量での運動方程式（2.5）では速度（2.4）で移動している点電荷あるいは質点の力を記述している．一方，電気力（2.2）では静止している点電荷にも作用する電場の力を記述している．点電荷（2.9）が静止した場合を速度（2.10）で考える．速度ベクトル（2.10）――（2.10）は零ベクトルである．――の大きさは零である定数である．速度（2.10）が成立するならば磁気力（2.3）は（2.11）になる．また，相対論的質量での運動量（2.6）は（2.12）なので，その運動方程式（2.5）は（2.13）になる．しかし，電場（2.14）を仮定した場合に電場（2.14）内に静止している点電荷（2.9）には電気力（2.15）を記述できる．ただし，点電荷（2.9）が静止し続けるには他の力がその点電荷（2.9）に作用して合力を零にすることを仮定

している．

$q \cdots (2.9)$

$\mathbf{v} = \mathbf{0}(= \text{const.}) \cdots (2.10)$

$\mathbf{F}_B = \mathbf{0}(= \text{const.}) \cdots (2.11)$磁気力

$\mathbf{p} = \mathbf{0}(= \text{const.}) \cdots (2.12)$質点の運動量

$\mathbf{f} = \mathbf{0}(= \text{const.}) \cdots (2.13)$質点に作用する合力

$\mathbf{E} \cdots (2.14)$

$\mathbf{F}_E = q\mathbf{E} \neq \mathbf{0} \cdots (2.15)$電気力

質点――以後では点電荷も含めて質点と呼ぶ．――の位置ベクトルを（2.16）とする．位置ベクトルで記述できる速度を（2.17）とする．（2.17）の右辺の各成分は（2.18）で記述できる．（2.18）は速度を定義した式である．速度の定義（2.18）には力を記述していない．速度の定義（2.18）では位置を記述した関数――（2.16）の各成分のこと．――を使用して各位置での或る時刻の質点の速度を記述している．速度の定義（2.18）でも質点の移動方向は力では記述していない．

速度（2.17）の各成分が関数の場合では，速度（2.17）の各成分は時刻 t で連続であることを保証されていない．速度の定義（2.18）で使用した位置（2.16）の各成分の関数は時刻 t で連続であることを保証されている．速度（2.18）では位置ベクトル（2.16）の各成分の関数にはそれらの関数の定義区間内の数 t の或る近傍を仮定している．

$\mathbf{x}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \cdots (2.16)$

$\mathbf{v}(t) = (v_x(t), v_y(t), v_z(t)) \cdots (2.17)$

$$v_x(t) = \lim_{h \to 0} \frac{x(t+h) - x(t)}{h}, v_y(t) = \lim_{h \to 0} \frac{y(t+h) - y(t)}{h}, v_z(t) = \lim_{h \to 0} \frac{z(t+h) - z(t)}{h} \cdots (2.18)$$

一方，速度（2.17）の加速度（2.19）の各成分を（2.20）で定義する．加速度（2.20）は速度（2.17）を使用して定義している．加速度（2.19）の各成分は関数の場合では時刻 t で連続であることを保証されていない．
加速度の定義（2.20）で使用した速度（2.17）の各成分の関数は時刻 t で連続であることを保証されている．
この関数の連続性では，加速度の定義（2.20）および速度の定義（2.18）でのそれぞれの速度の関数の連続性で整合していない箇所がある．数学で（2.18）は時刻 t――数 t として扱う．――で連続ではない場合があるので，（2.18）で（2.20）を記述できるものとは限らない．一方，数学で（2.19）の各成分が或る区間内で連続である保証がない．そして，速度（2.17）を定義するためには速度（2.18）の位置を示す関数である（2.16）の各成分が必要になる．

しかし，加速度（2.19）が或る閉区間内で連続であるならば，その或る閉区間内で加速度（2.19）の原始関数となる速度（2.17）を導出できる．ただし，原始関数を一意に定めるための条件を必要とする．関数の連続性および微分可能性は本書の第５回の付録で既に説明した．

$\mathbf{a}(t) = (a_x(t), a_y(t), a_z(t)) \cdots (2.19)$

$$a_x(t) = \lim_{h \to 0} \frac{v_x(t+h) - v_x(t)}{h}, a_y(t) = \lim_{h \to 0} \frac{v_y(t+h) - v_y(t)}{h}, a_z(t) = \lim_{h \to 0} \frac{v_z(t+h) - v_z(t)}{h} \cdots (2.20)$$

磁気力（2.3）および速度（2.18）で説明したように質点の移動方向とその質点に作用する力の向きは等しいものとは限らない．また，電場内では点電荷が静止していてもその点電荷には電気力が作用する．これらの

ことから，点電荷に作用する静電気力の向きとは異なる向きにその点電荷が移動することは記述できる．本書の Option では静電場内の点電荷が静止している場合およびその点電荷が移動する場合における電位および電位差の定義について考える．

ローレンツ力（2.1）の真空中の電場および磁場は本書の第５回で説明した真空中のマクスウェルの方程式系で記述できる．真空中のマクスウェルの方程式系を（2.21）～（2.24）に再び記述する．真空中のマクスウェルの方程式系（2.21）～（2.24）では静電場のみではなく動電場の場合も記述してある．一般には，電位を定義した静電場を真空中のマクスウェルの方程式系（2.21）～（2.24）で記述するには（2.25）および（2.26）を仮定する．

$\nabla\cdot\mathbf{D}=\rho\cdots(2.21)$（ガウスの法則）

$\nabla\cdot\mathbf{B}=0\cdots(2.22)$（無磁荷）

$\nabla\times\mathbf{B}=\mu_0\times\mathbf{j}+\mu_0\times\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\cdots(2.23)$（マクスウェルが修正したアンペールの法則）

$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\cdots(2.24)$（ファラデーの法則）

$\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}=0\cdots(2.25)$

$\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}=0\cdots(2.26)$

仮定（2.25）および仮定（2.26）を使用すると真空中のマクスウェルの方程式系（2.21）～（2.24）は（2.27）～（2.30）になる．（2.27）～（2.30）は静的な電場および磁場を記述しているものと考えることができる．仮定（2.25）および仮定（2.26）においては（2.27）および（2.28）は（2.21）および（2.22）とは記述上は同じである．一方，（2.29）はアンペールの法則と呼ばれ，マクスウェルが修正したアンペールの法則（2.23）とは異なる．また，（2.30）は静電場の回転が零になり，ファラデーの法則（2.24）とは異なる．（2.30）を使用すると静電気力が保存力であることを計算できる．静電気力が保存力であることは本書の第２回の３章で計算した．

$\nabla\cdot\mathbf{D}=\rho\cdots(2.27)$（ガウスの法則）

$\nabla\cdot\mathbf{B}=0\cdots(2.28)$（無磁荷）

$\nabla\times\mathbf{B}=\mu_0\times\mathbf{j}\cdots(2.29)$（アンペールの法則）

$\nabla\times\mathbf{E}=0\cdots(2.30)$

静電気力のなす仕事を使用して電位および電位差を記述できることは本書の第３回および第４回で説明した．ここでは，その仕事を使用して電位および電位差を考察する準備として，仕事量 (2.31) について考える．ここで，質点が位置 p_1 から位置 p_2 へ移動するものと仮定する．その質点には力（2.32）が作用しているものとする．これらの仮定では，その質点に作用している力のなす仕事は（2.31）で記述できる．この仕事（2.31）の変位ベクトルを示す位置ベクトルの微分は（2.33）で記述できるものと仮定する．（2.33）の右辺は速度ベクトルおよび時間――時刻 t の微分で時の長さを意味するものとする．――の積である．(2.33) の右辺の速度ベクトルの向きを決定するのに力（2.32）のみでは十分ではない場合も考えられる．速度ベクトルの向きおよび大きさを決定するのは（2.18）の位置を示す関数である．

$$W_{p_1p_2}=\int_{p_1}^{p_2}\mathbf{F}\cdot\mathrm{d}\mathbf{x}\cdots(2.31)$$

$$\mathbf{F}\cdots(2.32)$$

$$\mathrm{d}\mathbf{x}(t)=\mathbf{v}(t)\cdot\mathrm{d}t\cdots(2.33)$$

一般には仕事の符号は力（2.32）の向きおよびその質点の移動方向を示す速度ベクトルとは次のように関係がある．仕事（2.34）では，力ベクトル（2.32）の向きおよびその質点の速度ベクトルの向きとのなす角度でその角度の余弦が正になる角度であることが積分区間での仕事量の総和に表記されているものと考える．また，仕事（2.35）では，力ベクトル（2.32）の向きおよびその質点の速度ベクトルの向きとのなす角度でその角度の余弦が負になる角度であることが積分区間での仕事量の総和に表記されているものと考える．

$$W_{p_1p_2}=\int_{p_1}^{p_2}\mathbf{F}\cdot\mathrm{d}\mathbf{x}>0\cdots(2.34)$$

$$W_{p_1p_2}=\int_{p_1}^{p_2}\mathbf{F}\cdot\mathrm{d}\mathbf{x}<0\cdots(2.35)$$

しかし，実際の質点の速度ベクトルが示す向きは仕事の符号のみで知ることはできない．その物理現象に対する物理学上の解釈あるいは観測で知ることができる．次に磁気力および電気力のなす仕事の符号について考察する．

磁場の中を速度（2.4）で移動している点電荷に作用している磁気力（2.3）のなす仕事は（2.36）になる．磁気力（2.3）の左辺は点電荷の移動方向――速度の方向になる．――とは直角の向きに磁気力（2.3）は作用している．その磁気力（2.3）による仕事量（2.36）は零になる．

$$W_{p_1p_2}=\int_{p_1}^{p_2}\mathbf{F_B}\cdot\mathrm{d}\mathbf{x}=\int_{t_{\mathrm{P1}}}^{t_{\mathrm{P2}}}\mathbf{F_B}\cdot\mathbf{v}\mathrm{d}t=\int_{t_{\mathrm{P1}}}^{t_{\mathrm{P2}}}|\mathbf{F_B}|\cdot|\mathbf{v}|\cdot\cos\frac{\pi}{2}\mathrm{d}t=0\cdots(2.36)$$

閉曲線の周回積分での電気力（2.2）のなす仕事は（2.37）で記述できる．静電場の場合では仕事（2.37）は――本書の第５回の 8 章で説明した．――零になる．（2.37）が静電場内の閉曲線になる任意の経路――位置の始点および終点が一致する．――で零になるならば静電気力は保存力である．位置の始点および終点のみで保存力の仕事は決定することを本書の第１回の説明とした．一方，動電場での仕事（2.37）から誘導起電力を記述できることは本書の第５回の８章で説明した．

$$W_C=\oint(q\mathbf{E})\cdot\mathrm{d}\mathbf{x}\cdots(2.37)$$

仕事（2.38）で静電気力のなす仕事を記述する．（2.38）での左辺の添え字の C は保存力を意味する．また，添え字 $\mathrm{p_1p_2}$ は点電荷が位置 $\mathrm{p_1}$ から位置 $\mathrm{p_2}$ へ移動した場合を意味する．

$$W_{C\,p_1p_2}=\int_{p_1}^{p_2}(q\mathbf{E})\cdot\mathrm{d}\mathbf{x}\cdots(2.38)$$

静電場内のその点電荷がその静電場からの静電気力に抗さないで移動する場合は，その点電荷の変位ベクトルと静電気力ベクトルとの内積の余弦の符号は正になるものと扱える．このとき、仕事 (2.38) の符号は (2.39.a) になる．

$$W_{C\,p_1p_2}=\int_{p_1}^{p_2}(q\mathbf{E})\cdot\mathrm{d}\mathbf{x}>0\cdots(2.39.a)$$

もし，このような状態での仕事（2.38）の符号が（2.39.b）ならば仕事（2.39.a）で仮定した始点および終点に起因する移動方向が修正すべき箇所になる．仕事（2.38）の始点および終点を修正すると仕事（2.39.c）になる．

$$W_{C\ p_1p_2}=\int_{p_1}^{p_2}(q\mathbf{E})\cdot \mathrm{d}\mathbf{x}<0\cdots(2.39.\mathrm{b})$$

$$W_{C\ p_2p_1}=\int_{p_2}^{p_1}(q\mathbf{E})\cdot \mathrm{d}\mathbf{x}>0\cdots(2.39.\mathrm{c})$$

もし，仮定に反して静電場内の点電荷に外力が作用しているならば（2.39.b）の符号の場合も考えられることは明らかである．本書の Option での電位および電位差の定義では静電場内の点電荷が静電気力に抗して移動する場合および抗しないで移動する場合の両方で論じる．それらの議論では，静電気的ポテンシャルエネルギーおよび仕事量を使用して考察する．

上述までは本書の Option で使用する静電場内での点電荷の移動に必要な物理学の式についての説明をした．2章の１節に入る前に真空中のマクスウェルの方程式系で記述できる動場について説明する．電位を定義していない動場の電場および磁場の説明をしてから電位および電位差の定義の議論に入る．以下で説明する動場は真空中のマクスウェルの方程式系で記述できる動場では簡単なものである．真空中のマクスウェルの方程式系を使用して動場の解析をすることは本書の目的ではないために簡単に計算できる一般的な動場の波動方程式を導出する．ここで導出する波動方程式での動場である電場および磁場は移動することができる．そして，そのような場の速さは真空中の光の速さであるものと扱うことができる．

電磁波の存在で電磁場が物理学での単なる数学技術上のものではなく，実体の存在するものであることが認められた．ここで導出する電磁波の電場および磁場は電位の定義に使用する場ではないことを示しながら，その電磁波の波動方程式を導出する．真空中のマクスウェルの方程式系（2.21）～（2.24）から電磁波の波動方程式を導出できることを示す．体積電荷密度（2.40）を定数の零に仮定する．マクスウェルの修正したアンペールの法則（2.33）での右辺の第一項に記述した電流密度（2.41）を定数の零にする．また，真空中の電束密度ベクトルを（2.42）で記述する．

$\rho=0\cdots(2.40)$

$\mathbf{j}=\mathbf{0}\cdots(2.41)$

$\mathbf{D}=\varepsilon_0\times\mathbf{E}\cdots(2.42)$

体積密度（2.40）を使用すると，ガウスの法則の微分形（2.21）は（2.43）で記述できる．電流密度（2.41）および電束密度ベクトル（2.42）を使用すると，マクスウェルの修正したアンペールの法則（2.33）は（2.44）になる．（2.44）の右辺の項はマクスウェルがアンペールの法則に加えたと言われる項である．この（2.44）の右辺を使用することで電磁波を記述できることを示す．静電場を記述した（2.27）～（2.30）におけるアンペールの法則（2.29）は（2.44）とは異なる．（2.44）の右辺の記述では仮定（2.25）を満足しないことで静電場でないことは明らかである．電磁波の波動方程式は（2.44）の右辺での電場の時刻に対する変化率が一般に成立することで導出できるものである．

$\nabla\cdot\mathbf{D}=0\cdots(2.43)$

$$\nabla\times\mathbf{B}=\mu_0\times\varepsilon_0\times\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\cdots(2.44)$$

（2.44）の両辺で時刻についての偏導関数を仮定して（2.45）を記述する．ファラデーの法則（2.24）の両辺の回転を（2.46）で記述する．（2.46）の左辺には電場の回転を記述しているが，（2.46）の右辺は定数で零にはなっていない．この電場の回転が定数の零にならないことで，その電場が静電場でないことは明らかである．電磁波の波動方程式は（2.46）のように電場の回転が定数の零でないことで導出できるものである．

$$\nabla\times\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}=\mu_0\times\varepsilon_0\times\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}\cdots(2.45)$$

$$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\cdots(2.24)$$（ファラデーの法則）

$$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{E})=-\nabla\times\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\cdots(2.46)$$

（2.46）の右辺に（2.45）の右辺を代入すると（2.47）になる．（2.47）を（2.48）に書き直す．

$$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{E})=-\mu_0\times\varepsilon_0\times\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}\cdots(2.47)$$

$$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{E})+\mu_0\times\varepsilon_0\times\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=0\cdots(2.48)$$

（2.49）を仮定する．（2.42）をガウスの法則の微分形（2.43）に代入すると（2.50）を記述できる．（2.50）を（2.49）の右辺の第一項に代入すると（2.51）になる．（2.51）の右辺を（2.48）の左辺の第一項に代入すると（2.52）になる．（2.49）については本書の第３回の付録ⅲで説明した．

$$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{E})=\nabla(\nabla\cdot\mathbf{E})-\nabla^2\mathbf{E}\cdots(2.49)$$

$$\nabla\cdot\mathbf{E}=0\cdots(2.50)$$

$$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{E})=-\nabla^2\mathbf{E}\cdots(2.51)$$

$$-\nabla^2\mathbf{E}+\mu_0\times\varepsilon_0\times\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=0\cdots(2.52)$$

真空中の光の速さを（2.53）の c で記述する．（2.53）の左辺は真空中の透磁率および真空中の誘電率の積を記述している．(2.53) の右辺を (2.52) の左辺の第二項に代入すると (2.54) になる．ただし，(2.54) では (2.55) とする．（2.53）については本書の第２回の付録で説明した．

（2.54）は波動方程式と呼ばれるものである．（2.54）では電磁波の電場が波動方程式で記述できた．波動方程式（2.54）の電場は真空中の光の速さ c で伝播する．波動方程式（2.54）の左辺の第二項にマクスウェルがアンペールの法則に加えたとされる項の影響が記述されている．

$$\mu_0\times\varepsilon_0=\frac{1}{c^2},(c\neq0,c>0)\cdots(2.53)$$

$$\nabla^2\mathbf{E}-\frac{1}{c^2}\times\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=0,(c>0)\cdots(2.54)$$

$$\nabla^2\equiv\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\cdots(2.55)$$

ファラデーの法則（2.24）の両辺で時刻についての偏導関数を仮定して（2.56）を記述する．マクスウェルの修正したアンペールの法則（2.44）の両辺の回転を（2.57）で記述する．（2.56）の右辺を（2.57）の右辺に代入すると（2.58）になる．

$$\nabla \times \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \cdots (2.56)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \mu_0 \times \varepsilon_0 \times \nabla \times \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdots (2.57)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = -\mu_0 \times \varepsilon_0 \times \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \cdots (2.58)$$

（2.59）を仮定する．無磁荷の式（2.22）を（2.59）の右辺の第一項に代入すると（2.60）になる．（2.60）の右辺を（2.58）の左辺に代入すると（2.61）になる．

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B} \cdots (2.59)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = -\nabla^2 \mathbf{B} \cdots (2.60)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \times \varepsilon_0 \times \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \cdots (2.61)$$

（2.61）を（2.62）に書き直す．（2.53）の右辺を（2.62）の左辺の第二項に代入すると（2.63）になる．ただし，（2.62）および（2.63）では（2.55）とする．

（2.62）は波動方程式と呼ばれるものである．（2.63）では電磁波の磁場が波動方程式——ただし，磁場は磁場の強さではなく磁束密度で記述している．——で記述できた．波動方程式（2.63）の磁場は真空中の光の速さ c で伝播する．波動方程式（2.63）の左辺の第二項にマクスウェルがアンペールの法則に加えたとされる項の影響が記述されている．

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \mu_0 \times \varepsilon_0 \times \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \cdots (2.62)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \times \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0, (c > 0) \cdots (2.63)$$

D’Alembert の演算子（2.64）を使用すると，波動方程式（2.54）および（2.63）は（2.65）および（2.66）で記述できる．（2.65）および（2.66）で電磁波を記述している．

$$\Box \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \times \frac{\partial^2}{\partial t^2} \cdots (2.64)$$

$$\Box \mathbf{E} = 0 \cdots (2.65)$$

$$\Box \mathbf{B} = 0 \cdots (2.66)$$

波動方程式（2.65）では空間の x 座標，y 座標および z 座標の各成分の電場を記述する．以下では体積電荷密度（2.40）および電流密度（2.41）を仮定した場合での計算をする．そして，（2.67）の電場の成分および磁束密度ベクトル（2.68）を仮定する．これらの仮定において，真空中のマクスウェルの方程式系（2.21）～（2.24）から導出する電磁波における電場および磁場の各成分の関係を計算する．また，仮定（2.67）および仮定（2.68）での各関数は x——空間の座標の変数である．——および時刻 t を独立変数としている．

$$E_x(x,t), E_y(x,t) \neq 0, E_z(x,t) = 0 \cdots (2.67)$$

$$\mathbf{B}=\left(B_x(x,t),B_y(x,t),B_z(x,t)\right)\cdots(2.68)$$

真空中の電束密度ベクトル（2.42）および電場の仮定（2.67）を使用するとガウスの法則の微分形（2.43）は（2.69）で記述できる．ガウスの法則の微分形（2.69）では（2.70）を記述できる．（2.70）を使用すると電場の x 成分は変数 x に対して定数になる．

$$\varepsilon_0\times\nabla\cdot\mathbf{E}=\varepsilon_0\times\left(\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}\right)=0\cdots(2.69)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x}=0\cdots(2.70)$$

磁場の仮定 (2.68) を使用して，無磁荷の式 (2.22) を計算すると (2.71) になる．無磁荷の式 (2.71) は (2.72) に記述できる．(2.72) では磁場の x 成分は変数 x に対して定数になる．

$$\nabla\cdot\mathbf{B}=\left(\frac{\partial B_x}{\partial x}+\frac{\partial B_y}{\partial y}+\frac{\partial B_z}{\partial z}\right)=0\cdots(2.71)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x}=0\cdots(2.72)$$

マクスウェルの修正したアンペールの法則から計算した（2.44）の左辺の計算を（2.73）に記述する．また，（2.44）の右辺の計算を（2.74）に記述する．

$$\nabla\times\mathbf{B}=\left(\frac{\partial B_z}{\partial y}-\frac{\partial B_y}{\partial z}\right)\mathbf{e_x}+\left(\frac{\partial B_x}{\partial z}-\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)\mathbf{e_y}+\left(\frac{\partial B_y}{\partial x}-\frac{\partial B_x}{\partial y}\right)\mathbf{e_z}\cdots(2.73)$$

$$\mu_0\times\varepsilon_0\times\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}=\mu_0\times\varepsilon_0\times\left(\frac{\partial E_x}{\partial t}\mathbf{e_x}+\frac{\partial E_y}{\partial t}\mathbf{e_y}+\frac{\partial E_z}{\partial t}\mathbf{e_z}\right)\cdots(2.74)$$

仮定（2.67）では電場の z 成分は零の定数であるので，(2.74）は（2.75）に記述できる．磁場の仮定（2.68）を使用して，(2.73）の右辺の計算をする．仮定（2.68）の磁場の各関数は空間座標では変数 x のみを独立変数とするために，(2.73）の x 成分は（2.76）で記述できる．（2.73）および（2.75）の x 成分を使用すると，マクスウェルの修正したアンペールの法則での（2.44）では（2.77）が計算できる．（2.77）では電場の x 成分は時刻 t に対して定数になる．

$$\mu_0\times\varepsilon_0\times\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}=\mu_0\times\varepsilon_0\times\left(\frac{\partial E_x}{\partial t}\mathbf{e_x}+\frac{\partial E_y}{\partial t}\mathbf{e_y}\right)\cdots(2.75)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial y}=\frac{\partial B_y}{\partial z}=0\cdots(2.76)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t}=0\cdots(2.77)$$

（2.70）および（2.77）を使用すると，電場の x 成分は独立変数 x および時刻 t に対して定数になる．この議論では電場の x 成分を（2.78）のように定数の零と定める．

同様に，(2.73）の y 成分は（2.79）の左辺に記述できる．（2.79）の右辺は（2.75）の右辺の y 成分である．さらに，(2.73）の z 成分は（2.80）に記述できる．（2.80）では磁場の y 成分は独立変数 x に対して定数である．

$$E_x(x,t)=0(=\text{const.})\cdots(2.78)$$

$$-\frac{\partial B_z}{\partial x}=\varepsilon_0\times\mu_0\times\frac{\partial E_y}{\partial t}\cdots(2.79)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x}=0\cdots(2.80)$$

ファラデーの法則（2.24）の左辺を計算すると（2.81）になる．仮定（2.67）――電場の仮定である．――を使用すると，（2.81）は（2.82）に記述できる．

$$\nabla\times\mathbf{E}=\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\mathbf{e_x}+\left(\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\mathbf{e_y}+\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\mathbf{e_z}\cdots(2.81)$$

$$\nabla\times\mathbf{E}=\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\mathbf{e_z}\cdots(2.82)$$

ファラデーの法則 (2.24) の右辺を計算すると (2.83) になる. ファラデーの法則 (2.24), (2.82) および (2.83) を使用すると（2.84）を記述できる．

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}=\frac{\partial B_x}{\partial t}\mathbf{e_x}+\frac{\partial B_y}{\partial t}\mathbf{e_y}+\frac{\partial B_z}{\partial t}\mathbf{e_z}\cdots(2.83)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial t}=0,\frac{\partial B_y}{\partial t}=0\cdots(2.84)$$

（2.72）および（2.80）では独立変数 x に対して磁場の x 成分および y 成分は定数になった．そして，（2.84）では時刻 t に対して磁場の x 成分および y 成分は定数になった．（2.72），（2.80）および（2.84）を使用すると，磁場の x 成分および y 成分は（2.85）および（2.86）のように定数になる．

$$B_x(x,t)=\text{const.}\cdots(2.85)$$

$$B_y(x,t)=\text{const.}\cdots(2.86)$$

ファラデーの法則（2.24），（2.82）および（2.83）を使用すると（2.87）を記述できる．磁場の x 成分（2.85）および磁場の y 成分（2.86）の右辺の定数をこの議論では（2.88）および（2.89）のように零と定める．

$$\frac{\partial E_y}{\partial x}=-\frac{\partial B_z}{\partial t}\cdots(2.87)$$

$$B_x(x,t)=0(=\text{const.})\cdots(2.88)$$

$$B_y(x,t)=0(=\text{const.})\cdots(2.89)$$

ここまでの議論では電場の成分は y 成分のみが変化する．また，磁場の成分は z 成分のみが変化する．これらの電場および磁場の成分は (2.79) および (2.87) の記述で明らかである. 電場の x 成分および z 成分は (2.78) および（2.90）になった．ただし，電場（2.90）は電場の仮定（2.67）の z 成分である．

$$-\frac{\partial B_z}{\partial x}=\varepsilon_0\times\mu_0\times\frac{\partial E_y}{\partial t}\cdots(2.79)$$

$$E_x(x,t)=0(=\text{const.})\cdots(2.78)$$

$$E_z(x,t)=0(=\text{const.})\cdots(2.90)$$

電気量の体積密度（2.40）および電流密度（2.41）の仮定で記述したマクスウェルの方程式系で仮定（2.67）および仮定（2.68）を使用して計算した．この計算では y-z 平面上で電場の y 成分および磁場の z 成分は互いに直交する成分に記述できた．電場および磁場は空間では x 座標の方向に対して変化する．また，その電場お

よび磁場では時刻 t に対して変化する．そして，電場および磁場の進行方向は x 座標の方向になる．また，電場および磁場の他の成分は定数になったがここでの議論では零とした．

（2.79）および（2.87）を使用して波動方程式を記述する．（2.79）の両辺で時刻についての偏導関数を仮定して（2.91）を記述する．（2.87）の両辺で独立変数 x についての偏導関数を仮定して（2.92）を記述する．（2.92）の右辺に（2.91）の右辺を代入して（2.93）を記述する．（2.93）は波動方程式である．真空中の光の速さを記述した (2.53) を使用すると (2.93) は (2.94) で記述できる．波動方程式 (2.65) に (2.78)，(2.79)，（2.87），（2.88），（2.89）および（2.90）を仮定すると波動方程式（2.93）を記述できる．

$$-\frac{\partial^2 B_z}{\partial t \partial x} = \varepsilon_0 \times \mu_0 \times \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \cdots (2.91)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial t} \cdots (2.92)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \times \mu_0 \times \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \cdots (2.93)$$

$$\mu_0 \times \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}, (c \neq 0, c > 0) \cdots (2.53)$$

$$c^2 \times \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \left(c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \times \mu_0}} > 0 \right) \cdots (2.94)$$

波動方程式（2.94）の一般解は（2.95）で記述できる．（2.95）の電磁波は平面電磁波の電場である．

$$E_y(x,t) = \psi(x + c \times t) + \upsilon(x - c \times t) \cdots (2.95)$$

時刻が進む――変数 t が増加する場合のこと．――ことで，（2.96）を満足する変数 x が減少していくことを（2.97）で示している．変数 x が減少していくならばその変数 x の値は x 座標軸の左側に移動していく．(2.96) を満足する変数 x に対応する平面電磁波（2.95）の右辺の第一項は， x 座標軸の原点よりも左側――負の領域のこと．――に（2.98）の値を記述することになる．ただし，変数 t>0 が増加する場合とする．このことは，平面電磁波(2.93)の右辺の第一項は時刻が進むにつれて変数 x の座標軸の左側に進行するものと解釈できる．

$$x + c \times t = 0, (x = -c \times t) \cdots (2.96)$$

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = -c < 0, (x = -c \times t) \cdots (2.97)$$

$$\psi(x), (x = 0) \cdots (2.98)$$

一方，時刻が進む――変数 t が増加する場合のこと．――ことで，（2.99）を満足する変数 x が増加していくことを（2.100）で示している．変数 x が増加していくならばその変数 x の値は x 座標軸の右側に移動していく．（2.99）を満足する変数 x に対応する平面電磁波（2.95）の右辺の第二項は， x 座標軸の原点よりも右側――正の領域のこと．――に（2.101）の値を記述することになる．ただし，変数 t>0 が増加する場合とする．このことは，平面電磁波（2.93）の右辺の第二項は時刻が進むにつれて変数 x の座標軸の右側に進行するものと解釈できる．

$$x - c \times t = 0, (x = c \times t) \cdots (2.99)$$

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = c > 0, (x = c \times t) \cdots (2.100)$$

$$\upsilon(x), (x = 0) \cdots (2.101)$$

電場および磁場で記述した電気力および磁気力を説明して，アインシュタインの修正による運動方程式の力との比較をした．この比較では，静止していても作用する電気力を指摘した．そして，質点の移動における位置, 速度および加速度について考え, 速度を記述するには位置の関数が必要であることを示した. ここまでで，質点の電気力，磁気力，粒子に作用する運動方程式の力，位置，速度および加速度を説明した．ここで，真空中のマクスウェルの方程式系を使用して電気力および磁気力を記述する電場および磁場を説明した．この説明では，静電場および動電場での記述の仕方の場合分けをして説明した．そして，静電気力のなす仕事を使用して電位および電位差を考察する準備として，仕事量（2.31）について考えた．質点に力が作用して，速度を記述できる場合では仕事量の計算ができる．仕事量の計算では質点に作用している力の向きはその質点の速度の向きとは異なる場合があることを説明した．その際に，質点の移動方向が仮定した方向と異なる場合の仕事量の記述の修正箇所について説明した．その後に，磁気力および静電気力のなす仕事の計算をした．これらの仕事の計算を使用して３章で電位の定義について論じることになる．

静電場での議論をするが，動電場がどのような場であるかを知ることも静電場を理解する助けになるものと著者は考えた．このために，動電場がどのように記述できるものか電磁波の波動方程式を導出することで簡単な動電場の説明をした．ここでの動電場の説明では，マクスウェルがアンペールの法則に加えたものとして説明される項から電磁波の波動方程式を導出できることを示した．そして，平面電磁波の動電場の一般解を説明した．時刻が進んだ場合の平面電磁波の空間座標上での進行方向の説明をした．ここまでで，本書の Option で使用するだいたいの物理量の関係を説明できたと著者は考えている．

ここからは，本書の Option の論点にした電位の定義について話していくことになる．静電場で定義している電位および電位差は静電気的ポテンシャルエネルギーを使用して定義できる．その静電気的ポテンシャルエネルギーを計算するには静電気力で正の点電荷が移動する場合の仕事量で計算ができる．また，外力を正の点電荷に作用させて静電気力に抗してその正の点電荷が移動する場合の仕事量でも計算できる．

２章の１節では，本書で説明した電位および電位差の定義を簡単にまとめている．２章の２節では本書の電位および電位差の定義を使用して，静電気力に抗して正の点電荷が移動する場合の電位および電位差を記述した．２章の３節では，本書の電位および電位差の定義を使用して，静電気力に抗さないで正の点電荷が移動する場合の電位および電位差を記述した．

2.1 本書の電位および電位差の定義

静電気力を（2.1.1）で記述する．(2.1.1）の右辺には電気量（2.1.2）を仮定する．

$\mathbf{F} = q \times \mathbf{E} \cdots (2.1.1)$

$q > 0\,\mathrm{C} \cdots (2.1.2)$

本書の第１回で定義したポテンシャルエネルギーの変化量およびその保存力のなす仕事の関係を使用すると (2.1.3) を記述できる．(2.1.3) の左辺は静電気的ポテンシャルエネルギーの変化量である．(2.1.3) の右辺は静電気力（2.1.1）のなす仕事および負号である．

$\Delta U_{r\infty} = -W_{r\infty} \cdots (2.1.3)$

（2.1.3）の左辺は（2.1.4）で記述できるものとする．（2.1.3）の右辺は仕事（2.1.5）で記述できるものとする．仕事（2.1.5）は点電荷（2.1.2）が静電場内の位置 r から無限遠――ここでは記号∞を使用した．――まで移動した場合の静電気力のなす仕事である．

$\Delta U_{r\infty} = U_{\infty} - U_{r} \cdots (2.1.4)$

$W_{r\infty} = \int_{r}^{\infty} \mathbf{F} \cdot \mathbf{ds} \cdots (2.1.5)$

仕事（2.1.5）の右辺に静電気力（2.1.1）を代入すると（2.1.6）になる．（2.1.3）の右辺の仕事は（2.1.6）である．

$W_{r\infty} = q \times \int_{r}^{\infty} \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds} \cdots (2.1.6)$

次に，点電荷（2.1.2）が静電場内の無限遠――ここでは記号∞を使用した．――から位置 r まで移動した場合での同様の計算をする．この場合では（2.1.7）を記述できる．

$\Delta U_{\infty r} = -W_{\infty r} \cdots (2.1.7)$

（2.1.7）の左辺は（2.1.8）で記述できるものとする．（2.1.7）の右辺の仕事は（2.1.9）で記述できるものとする．

$\Delta U_{\infty r} = U_{r} - U_{\infty} \cdots (2.1.8)$

$W_{\infty r} = \int_{\infty}^{r} \mathbf{F} \cdot \mathbf{ds} \cdots (2.1.9)$

仕事 (2.1.9) の右辺に静電気力 (2.1.1) を代入すると (2.1.10) になる．(2.1.7) の右辺の仕事は (2.1.10) である．

$W_{\infty r} = q \times \int_{\infty}^{r} \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds} \cdots (2.1.10)$

静電気的ポテンシャルエネルギーの変化量になる（2.1.4）および（2.1.8）は（2.1.11）の関係になる．一方，仕事（2.1.5）および仕事（2.1.9）は（2.1.12）の関係になる．

$\Delta U_{r\infty} = -\Delta U_{\infty r} \cdots (2.1.11)$

$W_{r\infty} = -W_{\infty r} \cdots (2.1.12)$

（2.1.11）の右辺および（2.1.12）の右辺を（2.1.3）に代入すると（2.1.13）を記述できる．（2.1.13）は（2.1.14）に書き直せる．

$-\Delta U_{\infty r} = -(-W_{\infty r}) \cdots (2.1.13)$

$\Delta U_{\infty r} = -W_{\infty r} \cdots (2.1.14)$

（2.1.14）は（2.1.7）に等しい．（2.1.3）の左辺は静電場内の位置 r の静電気的ポテンシャルエネルギーと無限遠になる位置の静電気的ポテンシャルエネルギーの差を記述した式である．しかし，（2.1.11）および（2.1.12）の関係を使用すると（2.1.7）を導出できる．

（2.1.3）あるいは（2.1.7）からでも（2.1.15）を導出できることは明らかである．このことは，本書の第２回の付録ⅳで説明した．

（2.1.15）の右辺の第二項には無限遠の位置の静電気的ポテンシャルエネルギーを記述している．本書では（2.1.15）を使用して位置 r の静電気的ポテンシャルエネルギーを定義した．（2.1.15）の右辺の第二項の値に依存して（2.1.15）の左辺――位置 r の静電気的ポテンシャルエネルギー――の値は異なるものとなる．<u>（2.1.16）での静電気的ポテンシャルエネルギーの値の定義で位置 r のポテンシャルエネルギーの値を定義することになる．</u>

$U_r = -W_{\infty r} + U_\infty \cdots (2.1.15)$

$U_\infty = \lim_{a \to \infty} U_a \equiv 0 \cdots (2.1.16)$

（2.1.10）および（2.1.16）を（2.1.15）の右辺に代入すると（2.1.17）を記述できる．（2.1.17）では位置 r の静電気的ポテンシャルエネルギーの値は，点電荷（2.1.2）が静電場内の無限遠から位置 r まで移動した場合での静電気力のなす仕事量の値に負号を付けた値に等しいことを示す．

$U_r = -q \times \int_\infty^r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \cdots (2.1.17)$

本書では電位を（2.1.18）で定義した．（2.1.17）を電位の定義（2.1.18）の右辺に代入すると（2.1.19）になる．電位の定義（2.1.18）は静電気的ポテンシャルエネルギーを使用して電位を算出する式である．（2.1.19）は静電場を使用して電位を算出する場合の式である．（2.1.19）の導出は本書の第３回の３章で説明した．

$V_r = \dfrac{U_r}{q} \cdots (2.1.18)$

$V_r = -\int_\infty^r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \cdots (2.1.19)$

電位を使用して電位差を（2.1.20）で定義した．（2.1.20）の右辺の各項の添え字は静電場内の位置を意味する．(2.1.20) の右辺は電位の定義 (2.1.18) を使用すると (2.1.21) に記述できる．(2.1.21) を (2.1.22) に記述する．（2.1.22）では（2.1.23）を仮定している．（2.1.23）ではその保存力のなす仕事との関係は (2.1.24) になる．(2.1.24) の右辺の保存力のなす仕事は (2.1.25) で記述できる．仕事 (2.1.25) を (2.1.24) に代入すると静電気的ポテンシャルエネルギーの変化量（2.1.26）になる．（2.1.26）を電位差（2.1.22）に代入すると（2.1.27）になる．（2.1.27）は静電場を使用して電位差を算出する式である．静電場を使用した電位差の計算式（2.1.27）は本書の第４回の４章で説明した．

$\Delta V_{ab} \equiv V_b - V_a \cdots (2.1.20)$

$\Delta V_{ab} = \dfrac{U_b}{q} - \dfrac{U_a}{q} = \dfrac{U_b - U_a}{q} \cdots (2.1.21)$

$$\Delta V_{ab}=\frac{\Delta U_{ab}}{q}\cdots(2.1.22)$$

$$\Delta U_{ab}=U_b-U_a\cdots(2.1.23)$$

$$\Delta U_{ab}=-W_{ab}\cdots(2.1.24)$$

$$W_{ab}=\int_a^b(q\times\mathbf{E})\cdot\mathrm{d}\mathbf{s}\cdots(2.1.25)$$

$$\Delta U_{ab}=-q\int_a^b\mathbf{E}\cdot\mathrm{d}\mathbf{s}\cdots(2.1.26)$$

$$\Delta V_{ab}=-\int_a^b\mathbf{E}\cdot\mathrm{d}\mathbf{s}\cdots(2.1.27)$$

（2.1.19）および（2.1.27）では正の点電荷が静電気力に抗さないで移動する場合および静電気力に抗して移動する場合の両方で使用できる．２章の２節では（2.1.19）および（2.1.27）で電場からの力に抗する場合を説明する．そして，２章の３節では（2.1.19）および（2.1.27）で電場からの力に抗さない場合を説明する．

正の点電荷が無限遠から移動しない場合は（2.1.28）を記述でき，その場合の電位は（2.1.29）になる．仕事（2.1.28）および電位（2.1.29）の値は零である．

$$W_{\infty\infty}=\int_\infty^\infty\mathbf{F}\cdot\mathrm{d}\mathbf{s}=0\cdots(2.1.28)$$

$$V_r=0\cdots(2.1.29)$$

静電場内の位置ａからその位置ａへ正の点電荷が移動する場合のその点電荷に作用する静電気力のなす仕事は（2.1.30）で記述できる．また，静電場内の位置ａに静止し続ける正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事は（2.1.30）で記述できる．（2.1.24）を使用して，仕事（2.1.30）を電位差（2.1.22）に代入すると電位差は（2.1.31）のように零になる．

$$W_{aa}=\int_a^a\mathbf{F}\cdot\mathrm{d}\mathbf{s}=0\cdots(2.1.30)$$

$$\Delta V_{ab}=0\cdots(2.1.31)$$

2.2 静電気力に抗して正の点電荷が移動する場合

静電場内に在る正の点電荷に外力（2.2.1）が作用する場合を考える．この外力（2.2.1）は，静電気力に抗して正の点電荷を無限遠から静電場内の位置ｒまで移動させるものとする．

$$\mathbf{F}_{ex}\cdots(2.2.1)$$

外力（2.2.1）で移動する正の点電荷には静電気力（2.2.2）が作用している．この静電気力（2.2.2）のなす仕事およびその仕事の符号は（2.2.3）で記述できる．（2.2.3）の符号は，正の点電荷が移動する方向はその点電荷に作用する静電気力とは逆向きであることを意味する．ただし，この‘逆向き’とは仕事の内積の余弦が負になる向きを意味する．

$$\mathbf{F}=q\times\mathbf{E},(q>0)\cdots(2.2.2)$$

$$W_{\infty r}=q\times\int_\infty^r\mathbf{E}\cdot\mathrm{d}\mathbf{s}<0\cdots(2.2.3)$$

外力（2.2.1）で正の点電荷が静電気力（2.2.2）に抗して移動するために仕事（2.2.3）になる．この仕事（2.2.3）を使用すると，静電場内の位置 r の電位は（2.2.4）になる．このことは電位（2.1.19）の記述で明らかである．（2.2.4）の電位の符号は正である．

$V_r > 0 \cdots (2.2.4)$

仕事（2.2.3）および電位（2.2.4）の符号は外力（2.2.1）が正の点電荷に作用しない場合で，その正の点電荷が静電気力に抗して移動する場合でも成立することは明らかである．起電力に関係をもつ場合の説明では，外力（2.2.1）を使用した電位差の説明が必要になる．次に，そのような電位差について説明する．

外力（2.2.1）で正の点電荷を静電場内の位置 a から位置 b へ移動させる場合での電位差を考える．静電場内に在る正の点電荷には静電気力（2.2.2）が作用している．静電気力（2.2.2）に抗して正の点電荷が位置 a から位置 b へ移動するために仕事およびその仕事の符号は（2.2.5）を記述できる．仕事（2.2.5）および電位差（2.1.22）を使用すると電位差（2.2.6）を記述できる．仕事（2.2.5）および電位差（2.2.6）は外力（2.2.1）が作用しないで正の点電荷が静電気力に抗して移動する場合でも成立することは明らかである．

$$W_{ab} = \int_a^b (q \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{ds} < 0 \cdots (2.2.5)$$

$$\Delta V_{ab} = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds} > 0 \cdots (2.2.6)$$

電位差（2.2.6）から電位差（2.2.7）を記述できる．電位差（2.2.7）の符号は正である．電位差（2.2.7）を使用すると電位の関係（2.2.8）を記述できる．（2.2.8）では位置 b の電位は位置 a の電位よりも大きいことを示す．

$\Delta V_{ab} = V_b - V_a > 0 \cdots (2.2.7)$

$V_b > V_a \cdots (2.2.8)$

2.3 静電気力に抗さないで正の点電荷が移動する場合

静電場内に在る正の点電荷が静電気力に抗さないで移動する場合で電位および電位差を考える．そして，正の点電荷が無限遠から静電場内の位置 r まで移動する場合のその静電気力のなす仕事は（2.3.1）で記述できる．仕事（2.3.1）を使用すると電位（2.1.19）から電位の符号（2.3.2）を記述できる．（2.3.2）の電位の符号は負である．ただし，仕事（2.3.1）の内積の符号は正であるものとする．

$$W_{\infty r} = q \times \int_\infty^r \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds} > 0 \cdots (2.3.1)$$

$V_r < 0 \cdots (2.3.2)$

静電場内の位置 a から位置 b に正の点電荷が移動する場合の静電気力のなす仕事は（2.3.3）で記述できる．仕事（2.3.3）を使用すると電位差（2.1.22）から電位差（2.3.4）を記述できる．

$$W_{ab} = \int_a^b (q \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{ds} > 0 \cdots (2.3.3)$$

$$\Delta V_{ab} = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds} < 0 \cdots (2.3.4)$$

電位差（2.3.4）を使用すると電位差（2.3.5）を記述できる．電位差（2.3.5）の符号は負である．電位差

（2.3.5）から（2.3.6）を記述できる．（2.3.6）では位置ｂの電位は位置ａの電位よりも小さいことを示している．

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a < 0 \cdots (2.3.5)$$

$$V_b < V_a \cdots (2.3.6)$$

3. −F=−qE を導入した電位および電位差の説明

本書の電位の定義ではポテンシャルエネルギーを使用した．３章では他の成書で使用している２００７年現在までの日本国内の電位および電位差の一般的な説明に対する著者の意見を論じる．著者がそれらの電位および電位差の説明を本書の電位および電位差の定義として採用しなかった理由を説明する．その一般的な——本書で採用しなかった説明のことである．——電位の説明は仕事量を使用している．そのような仕事量では保存力（3.1）のなす仕事量として解釈できる説明をするものがある．

$$-\mathbf{F} = -q \times \mathbf{E}, (q > 0) \cdots (3.1)$$

保存力（3.1）は静電場（3.2）内で点電荷に作用している静電気力ではない．静電場（3.2）で作用している静電気力——クーロン力のことである．——は（3.3）である．

$$\mathbf{E} \cdots (3.2)$$

$$\mathbf{F} = q \times \mathbf{E}, (q > 0) \cdots (3.3)$$

著者が本書での電位の定義として採用しなかった理由のひとつを含む説明を次に触れる．上述の採用しなかった電位の説明では次のような解釈を与えることがある．保存力（3.1）の左辺を（3.4）で記述する．正の点電荷が無限遠から静電場（3.2）内の位置ｒに移動する場合の保存力（3.4）のなす仕事を（3.5）で記述する．

$$\mathbf{F_c} = -\mathbf{F} \cdots (3.4)$$

$$W_{\mathrm{C}\infty r} = \int_{\infty}^{r} \mathbf{F_c} \cdot \mathbf{ds} \cdots (3.5)$$

仕事（3.5）の右辺の保存力に（3.1）の右辺を代入すると仕事（3.6）を記述できる．仕事（3.6）を仕事（3.7）に書き直す．仕事（3.7）を使用して（3.8）を記述する．

$$W_{\mathrm{C}\infty r} = \int_{\infty}^{r} (-q \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{ds} \cdots (3.6)$$

$$W_{\mathrm{C}\infty r} = -\int_{\infty}^{r} (q \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{ds} \cdots (3.7)$$

$$\frac{W_{\mathrm{C}\infty r}}{q} = -\int_{\infty}^{r} \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds} \, \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}, (q > 0) \cdots (3.8)$$

（3.8）の値を単位正電荷あたりの仕事量として解釈して，電位（3.9）を記述する．仕事（3.7）の単位は電位（3.9）の単位とは異なる記述である．

$$V_r = -\int_{\infty}^{r} \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds} \, \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} \cdots (3.9)$$

（3.9）の式の記述は電位（2.1.19）に等しい．しかし，本書の電位の定義から導出した電位（2.1.19）の解釈は（3.9）とは異なる．（3.8）を使用して（3.9）を記述する際に，‘単位正電荷あたりの仕事量’の解釈を導入している．また，（3.9）では<u>保存力（3.1）——一般的な説明では，（3.1）を静電気力に抗する力として解釈できる．——が正の点電荷に作用しているものと仮定している．</u>２００７年現在の著者の採用する物理学理論で

は，一般の静電場内での正の点電荷には保存力（3.1）が作用することは保証していない．そのような物理学理論では，一般の静電場内での正の点電荷には静電気力（3.3）が作用することを保証している．

$$V_r = -\int_{\infty}^{r} \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} \cdots (2.1.19)$$

仕事（3.5）は（3.10）に記述できる．ここで，積分（3.10）について考える．仕事（3.10）の内積の変位ベクトルは（3.11）で記述できる．変位ベクトル（3.11）の右辺のベクトルは速度ベクトルである．変位ベクトル（3.11）の右辺の微分は時間を意味する時刻の微分とする．変位ベクトル（3.11）を使用すると，仕事（3.10）の左辺の内積は（3.12）で記述できる．また，変位ベクトル（3.11）を使用すると，（3.10）の右辺の内積は（3.13）で記述できる．

$$\int_{\infty}^{r} \mathbf{F_c} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = \int_{\infty}^{r} (-\mathbf{F}) \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = -\int_{\infty}^{r} \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} \cdots (3.10)$$

$$\mathrm{d}\mathbf{s} = \mathbf{v} \cdot \mathrm{d}t \cdots (3.11)$$

$$\mathbf{F_c} \cdot \mathbf{v} = |\mathbf{F_c}| \times |\mathbf{v}| \times \cos\theta_c \cdots (3.12)$$

$$-\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = -|\mathbf{F}| \times |\mathbf{v}| \times \cos\theta \cdots (3.13)$$

仕事（3.10）を使用すると，（3.12）および（3.13）の関係は（3.14）で記述できる．（3.14）から（3.15）を記述できる．（3.15）では保存力（3.4）のなす仕事の余弦と静電気力（3.3）のなす仕事の余弦の関係を記述できる．

$$|\mathbf{F_c}| \times |\mathbf{v}| \times \cos\theta_c = -|\mathbf{F}| \times |\mathbf{v}| \times \cos\theta \cdots (3.14)$$

$$\cos\theta_c = -\cos\theta, (|\mathbf{F_c}| = |\mathbf{F}|) \cdots (3.15)$$

電位（3.9）の説明では保存力（3.1）を静電場（3.2）に仮定した．正の点電荷が静電気力（3.3）に抗して移動する場合および静電気力（3.3）に抗さないで移動する場合を考える．

静電場（3.2）内の正の点電荷が静電気力（3.3）に抗する方向に移動する場合を考える．この場合は，保存力（3.1）のなす仕事の内積には（3.16）の符号を考えることができる．内積（3.16）では保存力（3.1）の向きは点電荷の速度の方向と同じ向き――余弦の符号が正になる方向のことである．――であることを意味する．（3.15）および内積（3.16）から（3.17）を記述できる．（3.17）では余弦（3.18）が成立する．

$$\mathbf{F_c} \cdot \mathbf{v} = |\mathbf{F_c}| \times |\mathbf{v}| \times \cos\theta_c > 0 \cdots (3.16)$$

$$\cos\theta_c = -\cos\theta > 0 \cdots (3.17)$$

$$\cos\theta < 0 \cdots (3.18)$$

また，静電場（3.2）内の正の点電荷が静電気力（3.3）に抗さないで移動する場合を考える．保存力（3.1）のなす仕事の内積には（3.19）の符号になる場合を考えることができる．内積（3.19）では保存力（3.1）の向きは点電荷の速度の方向と逆の向き――余弦の符号が負になる方向のことである．――であることを意味する．（3.15）および内積（3.19）から（3.20）を記述できる．（3.20）では余弦（3.21）が成立する．

$$\mathbf{F_c} \cdot \mathbf{v} = |\mathbf{F_c}| \times |\mathbf{v}| \times \cos\theta_c < 0 \cdots (3.19)$$

$$\cos\theta_c = -\cos\theta < 0 \cdots (3.20)$$

$$\cos\theta > 0 \cdots (3.21)$$

（2.1.19）および（3.9）のような電位の線積分について考察する．この考察では（3.22）の変位ベクトルを使用する．

$\mathbf{ds} = -\mathbf{dl} \cdots (3.22)$

図 3.1～図 3.6 を使用する．図 3.1～図 3.6 および（3.12）で表示した角度に（3.23）の関係を与える．図 3.1～図 3.6 では静電気力 $\mathbf{F}$ と変位ベクトル $\mathbf{ds}$ とのなす角度の小さいほうの角度を θ としている．同様に，静電気力 $\mathbf{F}$ と変位ベクトル $-\mathbf{ds}$ とのなす角度の小さいほうの角度を $\pi-\theta$ としている．ひとつのベクトル $\mathbf{F}$ に対する点電荷の移動方向にはベクトル $\mathbf{F}$ との角度を，ベクトル $\mathbf{ds}$ およびベクトル $-\mathbf{ds}$ を使用してそれぞれ考えることができる．

$\pi - \theta = \theta_c \cdots (3.23)$

図 3.1～図 3.6 で内積（3.24）を考えることができる．（3.24）の内積を使用して（2.1.19）および（3.9）の積分になる極限値を考えることができる．

$\mathbf{F} \cdot \mathbf{ds} = \mathbf{F} \cdot (-\mathbf{dl}) = (-\mathbf{F}) \cdot \mathbf{dl} = -(\mathbf{F} \cdot \mathbf{dl}) \cdots (3.24)$

（3.24）では（3.25）が成立する．内積（3.25）は図 3.1 および図 3.3 で説明できる．

$\mathbf{F} \cdot \mathbf{ds} = \mathbf{F} \cdot (-\mathbf{dl}) \cdots (3.25)$

（3.24）では（3.26）が成立する．内積（3.26）では左辺で図 3.1 を記述している場合は右辺で図 3.2 を記述している．内積（3.26）では左辺で図 3.3 を記述している場合は右辺で図 3.4 を記述している．

$\mathbf{F} \cdot \mathbf{ds} = (-\mathbf{F}) \cdot \mathbf{dl} \cdots (3.26)$

（3.24）では（3.27）が成立する．内積（3.27）では左辺で図 3.1 を記述している場合は右辺で図 3.5 を記述している．内積（3.27）では左辺で図 3.3 を記述している場合は右辺で図 3.6 を記述している．

$\mathbf{F} \cdot \mathbf{ds} = -(\mathbf{F} \cdot \mathbf{dl}) \cdots (3.27)$

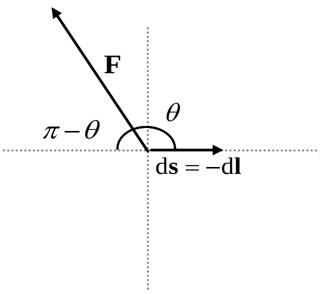

図 3.1 $\mathbf{F} \cdot \mathbf{ds}$ の説明 1

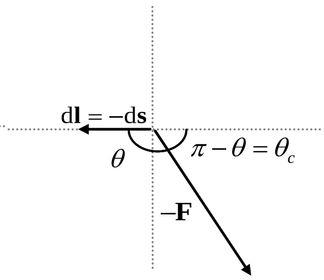

図 3.2 $(-\mathbf{F}) \cdot \mathbf{dl}$ の説明 1

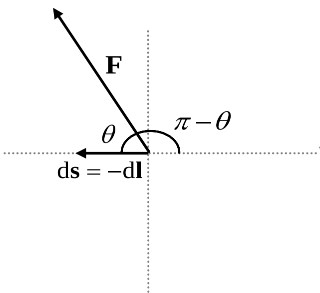

図 3.3 $\mathbf{F} \cdot \mathbf{ds}$ の説明 2

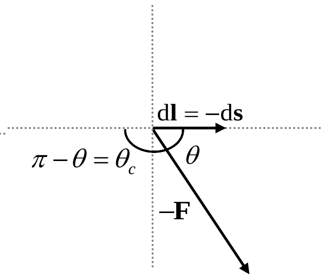

図 3.4 $(-\mathbf{F}) \cdot \mathbf{dl}$ の説明 2

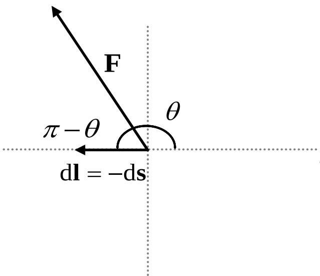

図 3.5 $\mathbf{F} \cdot \mathbf{dl}$ の説明 1

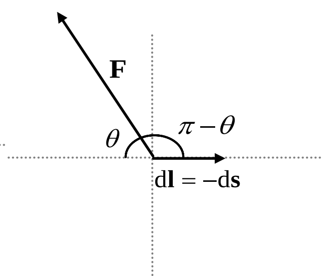

図 3.6 $\mathbf{F} \cdot \mathbf{dl}$ の説明 2

（3.23）を使用して加法定理（3.28）を与えることができる．ベクトル $\mathbf{F}$，$-\mathbf{F}$，$\mathbf{ds}$ および $-\mathbf{ds}$ の大きさを（3.29）および（3.30）で記述する．

$\cos(\pi - \theta) = \cos\pi \cdot \cos\theta + \sin\pi \cdot \sin\theta = -\cos\theta \cdots (3.28)$

$F=|\mathbf{F}|=|-\mathbf{F}|\cdots(3.29)$

$ds=|\mathrm{d}\mathbf{s}|=|-\mathrm{d}\mathbf{s}|\cdots(3.30)$

図 3.1 および図 3.3 を使用すると，内積（3.24）の左辺は（3.31）で記述できる．図 3.1 は静電気力に抗して点電荷が移動した場合に対応する．図 3.3 は静電気力に抗さないで点電荷が移動した場合に対応する．

$\mathbf{F}\cdot\mathrm{d}\mathbf{s}=F\times ds\times\cos\theta\cdots(3.31)$

図 3.1 および図 3.3 を使用すると，内積（3.25）の右辺は（3.32）で記述できる．図 3.1 および図 3.3 で内積（3.32）の左辺の変位ベクトルは（3.22）を満足するので変位ベクトル **dl** は変位ベクトル **ds** とは逆向きである．

$\mathbf{F}\cdot(-\mathrm{d}\mathbf{l})=F\times ds\times\cos\theta\cdots(3.32)$

図 3.2 および図 3.4 を使用すると，内積（3.26）の右辺は（3.33）で記述できる．ベクトル **–F** はベクトル **F** とは逆向きで大きさは（3.29）に等しい．

$(-\mathbf{F})\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}=F\times ds\times\cos\theta\cdots(3.33)$

図 3.5 および図 3.6 を使用すると，内積（3.27）の右辺は（3.34）で記述できる．（3.34）の左辺は，内積 $\mathbf{F}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l}$ に−1 を掛けたものである．（3.34）の右辺に（3.23）を代入すると，（3.35）を記述できる．（3.35）の右辺に加法定理で計算した（3.28）の右辺を代入すると（3.36）になる．（3.36）の右辺は整理すると（3.37）に書き直すことができる．（3.34）および（3.37）を使用すると，（3.38）を記述できる．

$-(\mathbf{F}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l})=-(F\times ds\times\cos\theta_c)\cdots(3.34)$

$-(F\times ds\times\cos\theta_c)=-(F\times ds\times\cos(\pi-\theta))\cdots(3.35)$

$-(F\times ds\times\cos(\pi-\theta))=-\{F\times ds\times(-\cos\theta)\}\cdots(3.36)$

$-\{F\times ds\times(-\cos\theta)\}=F\times ds\times\cos\theta\cdots(3.37)$

$-(\mathbf{F}\cdot\mathrm{d}\mathbf{l})=F\times ds\times\cos\theta\cdots(3.38)$

（2.1.19）および（3.9）のような電位の積分では（3.39）のように記述できる．図 3.1〜図 3.6 を使用して，（3.39）を説明する．（3.39）では点電荷が位置∞に対応する点から位置 r に対応する点まで移動することを意味する．

$$-\int_\infty^r\mathbf{F}\cdot\mathrm{d}\mathbf{s}=-\int_\infty^r 1\cdot\mathbf{E}\cdot\mathrm{d}\mathbf{s}\cdots(3.39)$$

積分（3.40）に記述してある内積は図 3.5 および図 3.6 で説明できる．（3.39）の負号を変位ベクトル **ds** につけて変位ベクトル **dl** を意味するように記述している．（3.40）では点電荷が位置∞に対応する点から位置 r に対応する点まで移動することを意味する．（3.40）の点電荷の始点および終点は（3.39）と同じである．このことから（3.40）で図 3.5 のように静電気力に抗しない場合は図 3.1 で（3.39）の変位ベクトルの向きを考えることができる．（3.40）で図 3.6 のように静電気力に抗する場合は図 3.3 で（3.39）の変位ベクトルの向きを考えることができる．（3.40）の静電気力 **F** と変位ベクトル **dl** のなす角度は $\pi-\theta$ であり，（3.39）の静電気力 **F** と変位ベクトル **ds** のなす角度 θ とは異なる．（3.39）で点電荷が静電気力 **F** に抗しないで移動する場合は（3.40）では静電気力 **F** に抗して移動することを意味する．（3.39）で点電荷が静電気力 **F** に抗して移動する場合は（3.40）では静電気力 **F** に抗しないで移動することを意味する．

$$\int_\infty^r\mathbf{F}\cdot(-\mathrm{d}\mathbf{s})=\int_\infty^r 1\cdot\mathbf{E}\cdot(-\mathrm{d}\mathbf{s})\cdots(3.40)$$

積分（3.41）に記述してある内積は図 3.2 および図 3.4 で説明できる．（3.39）の負号を静電気力 **F** につけてベクトル –**F** を意味するように記述している．（3.41）では点電荷が位置∞に対応する点から位置 r に対応する点まで移動することを意味する．(3.41) の点電荷の始点および終点は (3.39) と同じである．このことから (3.41) で図 3.4 のように力 –**F** に抗する場合は図 3.3 で（3.39）の変位ベクトルの向きを考えることができる．(3.41) で図 3.2 のように力 –**F** に抗しない場合は図 3.1 で (3.39) の変位ベクトルの向きを考えることができる．(3.41) の力 –**F** と変位ベクトル **ds** のなす角度は $\pi-\theta$ であり，(3.39）の静電気力 **F** と変位ベクトル **ds** のなす角度 θ とは異なる．(3.39）で点電荷が静電気力 **F** に抗しないで移動する場合は（3.41）では力 –**F** に抗して移動することを意味する．(3.39）で点電荷が静電気力 **F** に抗して移動する場合は（3.41）では力 –**F** に抗しないで移動することを意味する．

$$\int_{\infty}^{r}(-\mathbf{F})\cdot \mathbf{ds}=\int_{\infty}^{r}(-\mathbf{E})\cdot \mathbf{ds}\cdots(3.41)$$

積分（3.42）に記述してある内積は図 3.1 および図 3.3 で説明できる．（3.39）の負号を使用して，積分（3.39）を積分（3.42）に書き直している．（3.42）では点電荷が位置 r に対応する点から位置∞に対応する点まで移動することを意味する．このことから（3.42）で図 3.3 のように静電気力に抗しない場合は図 3.1 で（3.39）の変位ベクトルの向きを考えることができる．(3.42) で図 3.1 のように静電気力 **F** に抗する場合は図 3.3 で (3.39) の変位ベクトルの向きを考えることができる．　(3.39）で点電荷が静電気力 **F** に抗しないで移動する場合は（3.42）では静電気力 **F** に抗して移動することを意味する．（3.39）で点電荷が静電気力 **F** に抗して移動する場合は（3.42）では静電気力 **F** に抗しないで移動することを意味する．

$$\int_{r}^{\infty}\mathbf{F}\cdot \mathbf{ds}=\int_{r}^{\infty}1\cdot \mathbf{E}\cdot \mathbf{ds}\cdots(3.42)$$

図 3.1 では静電気力 **F** に抗して点電荷が移動する場合を説明する．図 3.3 では静電気力 **F** に抗しないで点電荷が移動する場合を説明する．図 3.3 の変位ベクトル **ds** は図 3.1 の変位ベクトル **ds** とは逆向きである．図 3.1 および図 3.3 の変位ベクトルは同じ記号 **ds** を使用しているが互いに向きが逆向きである．（3.39）の点電荷が位置∞に対応する点から位置 r に対応する点まで移動する．(3.42) の点電荷が位置 r に対応する点から位置∞に対応する点まで移動する．（3.39）の点電荷の始点および終点は（3.42）の点電荷の始点および終点とはそれぞれ逆になる．（3.39）および（3.42）の静電気力 **F** および変位ベクトルを説明するのに図 3.1 および図 3.3 を使用することができる．点電荷が静電気力 **F** に抗するか抗しないかは θ に依存する観点が有る．

図 3.1 の変位ベクトル **ds** に逆向きの変位ベクトルとして図 3.5 の変位ベクトル **dl** を解釈できる．図 3.3 の変位ベクトル **ds** に逆向きの変位ベクトルとして図 3.6 の変位ベクトル **dl** を解釈できる．（3.40）の点電荷は位置∞に対応する点から位置 r に対応する点まで移動する．(3.40) の変位ベクトル –**ds** は（3.39）の変位ベクトル **ds** とは逆向きである．（3.39）および（3.40）では静電気力 **F** は等しいもので互いの変位ベクトルは逆向きである．このことから，静電気力 **F** と変位ベクトル –**ds** とのなす角度は $\pi-\theta$ として与えている．（3.39）の内積では θ であった角度を（3.40）では $\pi-\theta$ にしたことで，静電気力 **F** に対する点電荷の移動方向が逆になっている．そのような静電気力 **F** に対する点電荷の移動方向で位置∞に対応する点から位置 r に対応する点まで，その点電荷が移動する．この場合では，（3.40）の符号は θ に依存する観点が有る．

(2.1.19）および（3.9）のような電位の積分では（3.43）のように記述できる．（3.40）と同様に変位ベクトル **dl** を使用した積分である．積分（3.43）に記述してある内積は図 3.5 および図 3.6 で説明できる．（3.43）

では点電荷が位置∞に対応する点から位置 r に対応する点まで移動することを意味する．

$$-\int_{\infty}^{r}\mathbf{F}\cdot(-\mathrm{d}\mathbf{s})=-\int_{\infty}^{r}1\cdot\mathbf{E}\cdot(-\mathrm{d}\mathbf{s})\cdots(3.43)$$

積分（3.44）に記述してある内積は図 3.5 および図 3.6 で説明できる．（3.43）の負号を使用して，積分（3.43）を積分（3.44）に書き直している．（3.44）では点電荷が位置 r に対応する点から位置∞に対応する点まで移動することを意味する． このことから（3.44）で図 3.5 のように静電気力 **F** に抗しない場合は図 3.6 で（3.43）の変位ベクトルの向きを考えることができる．（3.44）で図 3.6 のように静電気力 **F** に抗する場合は図 3.5 で（3.43）の変位ベクトルの向きを考えることができる．（3.43）で点電荷が静電気力 **F** に抗しないで移動する場合は（3.44）では静電気力 **F** に抗して移動することを意味する．（3.43）で点電荷が静電気力 **F** に抗して移動する場合は（3.44）では静電気力 **F** に抗しないで移動することを意味する．

$$\int_{r}^{\infty}\mathbf{F}\cdot(-\mathrm{d}\mathbf{s})=\int_{r}^{\infty}1\cdot\mathbf{E}\cdot(-\mathrm{d}\mathbf{s})\cdots(3.44)$$

積分（3.45）に記述してある内積は図 3.2 および図 3.4 で説明できる．（3.45）では（3.43）の変位ベクトルの負号を静電気力 **F** につけてベクトル **–F** を意味するように記述している．（3.42）では点電荷が位置∞に対応する点から位置 r に対応する点まで移動することを意味する．（3.45）の点電荷の始点および終点は（3.43）と同じである．このことから（3.45）で図 3.2 のように力 **–F** に抗しない場合は図 3.5 で（3.43）の変位ベクトルの向きを考えることができる．（3.45）で図 3.4 のように力 **–F** に抗する場合は図 3.6 で（3.43）の変位ベクトルの向きを考えることができる．（3.45）の力 **–F** と変位ベクトル **ds** のなす角度は $\pi-\theta$ であり，（3.43）の静電気力 **F** と変位ベクトル **dl** のなす角度 $\pi-\theta$ とは同じである．（3.43）で点電荷が静電気力 **F** に抗しないで移動する場合は（3.45）では力 **–F** に抗しないで移動することを意味する．（3.43）で点電荷が静電気力 **F** に抗して移動する場合は（3.45）では力 **–F** に抗して移動することを意味する．

$$-\int_{\infty}^{r}(-\mathbf{F})\cdot\mathrm{d}\mathbf{s}=-\int_{\infty}^{r}(-\mathbf{E})\cdot\mathrm{d}\mathbf{s}\cdots(3.45)$$

仕事量 (3.39) を (3.41) のように記述すると，静電気力に抗する力 (3.1) のなす仕事量として解釈できる．仕事量 (3.41) では，実際には静電気力 (3.3) が作用していることを仮定している．静電気力に抗する力 (3.1) は点電荷に作用することは保証されていない．もし，その点電荷に静電気力（3.3）のみが作用しているならば，その点電荷には静電気力に抗する力（3.1）は作用していないことは明らかである．このように，作用していない力のなす仕事量として（3.39）を解釈することは一般の物理学理論で要請されている解釈から外れるものと２００９年現在の著者は考えている．一方，仕事量（3.39）を（3.40）および（3.42）で記述することは実際に物理現象として説明できないことを記述しているものとは限らない．(3.39) の積分で示す静電気力 **F** および変位ベクトル **ds** とでなす角度 θ とは逆の向きの角度 $\pi-\theta$ で（3.40）のように静電気力 **F** に対して点電荷が移動する場合は，その物理現象を（3.40）で記述できるものと考えることができる．（3.39）とは説明する物理現象が異なることで（3.40）のように記述を区別することは（3.42）でも考えることはできる．（3.39）の積分で示す静電気力 **F** および変位ベクトル **ds** とでなす角度 θ と同じように決定する角度 θ で（3.42）のように（3.39）とは反対方向に静電気力 **F** に対して点電荷が移動する場合は，その物理現象を（3.42）で記述できるものと考えることができる．

本書で採用した理論では，電位（2.1.19）では単位正電荷あたりのポテンシャルエネルギー（2.1.18）として導出している．そのポテンシャルエネルギーは無限遠では零になることを (2.1.16) で定義している．(2.1.19) の右辺の全体を仕事としては解釈して導出していない．（2.1.19）の右辺の負号は（2.1.7）の右辺の負号が残ったものとして解釈している．また，実際には無限遠から移動してきたものではない正の点電荷を無限遠から移動してきたものとして扱う必要もない．もし，電位を単位正電荷あたりの仕事（3.7）として解釈するならば，その正の点電荷が無限遠に在る初期の位置に静止して移動しないと仕事（3.7）は零になる．仕事（3.7）が零ならば電位（3.9）も零になる．しかし，無限遠の位置の電位が零であることは電位（3.9）の導出では保証されていない．無限遠の位置での電位を零にするにはその保証が必要になる．一般的な保証の与え方は，無限遠の位置の電位を零に定義する方法である．

$$V_r = -\int_{\infty}^{r} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \cdots (2.1.19)$$

$$V_r = \frac{U_r}{q} \cdots (2.1.18)$$

$$U_{\infty} = \lim_{a \to \infty} U_a \equiv 0 \cdots (2.1.16)$$

$$\Delta U_{\infty r} = -W_{\infty r} \cdots (2.1.7)$$

静電場から電位を計算する式（3.9）を使用すると，電位差（3.46）を記述できる．電位差（3.46）の右辺の積分区間の位置が（3.47）を満足するならば（3.48）を記述できる．（3.47）では位置 A と位置 B は同じ位置を意味するものとする．（3.46）の右辺は正の点電荷の移動を使用した物理現象の計算である．実際の静電場内の正の点電荷は移動をしなくても，その正の点電荷が在る位置の静電気的ポテンシャルエネルギーを認めることは可能である．その静電気的ポテンシャルエネルギーから電位を計算できることは電位の定義（2.1.18）で明らかである．そのような電位（2.1.18）を使用して電位差（2.1.20）を計算できることも明らかである．そして，正の点電荷が移動をしない場合での電位差の記述としては，（3.47）での（3.48）を使用しなくても記述できる．さらに，正の点電荷の移動を記述した電位差（3.46）を使用して次のように電位を定義することは不適切であるものと著者は考える．電位差（3.46）の左辺の V_B を電位の基準点とする位置 B に対応する電位として扱い（3.46）の左辺の電位 V_A を定義する専門書の説明がある．

$$V_A - V_B = -\int_{B}^{A} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \cdots (3.46)$$

$$A = B \cdots (3.47)$$

$$V_A - V_B = -\int_{B}^{A} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0 \cdots (3.48)$$

$$\Delta V_{ab} \equiv V_b - V_a \cdots (2.1.20)$$

一方，本書の電位の定義ではポテンシャルエネルギーを使用しているので，正の点電荷が移動しなくても電位差を零にする必要はない．正の点電荷が移動しない場合でも，２点間の電位が等しいならば，それらの電位の差を（2.1.20）のように計算することで電位差は零になる．ただし，本書の第１回のポテンシャルエネルギーの定義を前提にしている．

仕事（3.6）の右辺を（3.49）のように積分論では記述できる．積分区間内で連続な関数の場合には，（3.49）の左辺の値は（3.49）の右辺の値に等しいことは積分論で保証できる．しかし，（3.49）の左辺の記述に対応する物理的解釈は（3.49）の右辺の記述に対応する物理的解釈とは異なる．（3.49）の左辺の記述は，無限遠から静電場内の位置 r にまで移動してくる正の点電荷に作用する保存力（3.1）のなす仕事（3.5）を記述している．（3.49）の右辺の記述は，静電場内の位置 r から無限遠にまで移動してくる正の点電荷に作用する静電気力（3.3）のなす仕事（2.1.5）を記述している．

$$\int_{\infty}^{r}(-q\times\mathbf{E})\cdot d\mathbf{s}=-\int_{r}^{\infty}(-q\times\mathbf{E})\cdot d\mathbf{s}=\int_{r}^{\infty}(q\times\mathbf{E})\cdot d\mathbf{s}\cdots(3.49)$$

$$W_{C\infty r}=\int_{\infty}^{r}\mathbf{F_c}\cdot d\mathbf{s}\cdots(3.5)$$

$$W_{r\infty}=\int_{r}^{\infty}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}\cdots(2.1.5)$$

（3.49）を使用して電位を（3.50）で記述することは電位の値を知る上では便利なこともある．しかし，仕事（3.5）の物理的解釈は仕事（2.1.5）の物理的解釈とは異なる．この仕事量の物理的解釈の異なる箇所では，（3.50）の右辺および（3.9）の右辺での異なる物理的解釈を与えることができる．このことで，著者は（3.50）のように記述することは好まない．この観点からも（3.9）で本書の電位を定義することを著者は採用しなかった．

$$V_r=-\int_{\infty}^{r}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}=\int_{r}^{\infty}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}\cdots(3.50)$$

$$V_r=-\int_{\infty}^{r}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}\cdots(3.9)$$

静電気力（3.3）に抗する力として呼ぶこともできる（3.4）は数学でのベクトルの関係を示している．物理学では（3.4）の左辺にクーロンの法則のみの記述を与えていない．（3.10）の右辺に（3.3）を代入して静電気的ポテンシャルエネルギーを（3.51）のように記述できる．（3.51）は力（3.4）を仮定して，その力（3.4）のなす仕事量として記述した（3.10）から静電気的ポテンシャルエネルギーを計算できる技術を説明している式として解釈できる．（3.4）および（3.10）から導出した（3.51）の右辺には静電場ベクトル（3.2）を記述しているが，（3.2）は（3.4）の左辺には保証されていないものである．（3.4）および（3.10）から導出した（3.51）の右辺は，（3.4）の右辺の仮定した力 $-\mathbf{F}$ を使用した技術上の記述である．

$$\mathbf{F}=q\times\mathbf{E},(q>0)\cdots(3.3)$$

$$\mathbf{F_c}=-\mathbf{F}\cdots(3.4)$$

$$\int_{\infty}^{r}\mathbf{F_c}\cdot d\mathbf{s}=\int_{\infty}^{r}(-\mathbf{F})\cdot d\mathbf{s}\cdots(3.10)$$

$$\int_{\infty}^{r}\mathbf{F_c}\cdot d\mathbf{s}=-\int_{\infty}^{r}q\times\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}\cdots(3.51)$$

$$\mathbf{E}\cdots(3.2)$$

そのような技術を使用して（3.10）から（3.51）を計算することは，本書の本文で採用した物理理論ではして

いない．本書の本文では，静電場内に在る点電荷に作用することが保証されている静電気力のなす仕事量を使用した．その仕事量を使用する方法では，点電荷の移動情報を使って静電場ベクトルから静電気的ポテンシャルエネルギーの値を知ることを第３回および第４回で説明した．

3.1 電磁気学現象理論の説明

3.1 では文献８での電位および電位差の説明を使用して著者の意見を論じることにする．文献８では次のように‘電位が高い’ことおよび‘電位差’ことを定義している．

> 一般に，電界内でδq なる験電荷をＢ点からＡ点まで運ぶ際に，電界による電気力に抗して外部から仕事を為してやらねばならぬ時には，Ａ点がＢ点より電位が高いと定義する．そしてこの電位の高低，即ちＡ，Ｂ二点間の**電位差**（potential difference）は，この際にδq に対して外部から為した仕事をδq で割つた値に等しいと定義する．
>
> 出典：竹山説三：『電磁気学現象理論』，(丸善，昭和４２年)
>
> 引用１

3.1 の議論では引用１の電気力は静電気力として扱う．この場合で，引用１では静電気力に抗して験電荷 δq を B 点から A 点まで運ぶことになる．これらのことを前提にして A 点が B 点より電位が高いことを定義している．引用１では A 点および B 点に対応する電位を比較している．文献８でのこの比較では電位の差を使用して電位の高低を記述することになる．そして，文献８では電位差を記述してから電位を記述している．次に，文献８での電位差の記述を挙げる．

文献８では（3.1.1）で電位差を記述している．（3.1.1）の右辺の（3.1.2）は静電場とする．

$$V_A - V_B = -\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} \cdots (3.1.1)$$

$$\mathbf{E} \cdots (3.1.2)$$

静電場（3.1.2）に験電荷 δq がある場合は，その験電荷 δq に作用する静電気力を（3.1.3）で記述できる．験電荷が（3.1.4）の場合は静電気力（3.1.5）が験電荷（3.1.4）に作用する．

$$\mathbf{F} = \delta q \cdot \mathbf{E} \cdots (3.1.3)$$

$$\delta q = 1 \cdots (3.1.4)$$

$$\mathbf{F} = 1\cdot \mathbf{E} \cdots (3.1.5)$$

静電気力（3.1.5）のなす仕事を（3.1.6）で記述している．外部から静電界に抗して加えるべき仕事として（3.1.7）を記述している．

$$\mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = 1\cdot \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} \cdots (3.1.6)$$

$$-\mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = -1\cdot \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} \cdots (3.1.7)$$

電位差は験電荷（3.1.4）で仕事（3.1.7）を割ったものであるとして（3.1.8）になる．引用１の電位差の定義から（3.1.7）を使用して A および B の二点間の電位差を（3.1.1）で記述している．そして，A および B の二点間の電位差（3.1.1）は，単位電荷を B から A まで運ぶ際に外部から加えるべき仕事に等しいとして説明している．

$$dV = \frac{-\boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{l}}{\delta q} = -\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}, (\delta q = 1) \cdots (3.1.8)$$

（3.1.1）が（3.1.9）の符号になる場合は，（3.1.10）を記述できる．（3.1.10）から（3.1.11）になる．（3.1.11）では A 点の電位は B 点の電位よりも高いことを意味する．（3.1.11）から引用 1 を考えると，（3.1.9）は験電荷 δq を B 点から A 点まで運ぶ際に，電界による電気力に抗して外部から仕事を為したことを意味する．

$$V_A - V_B = \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} > 0 \cdots (3.1.9)$$

$$V_A - V_B > 0 \cdots (3.1.10)$$

$$V_A > V_B \cdots (3.1.11)$$

電位差（3.1.1）を使用して（3.1.12）に書き直して次のように説明している．（3.1.1）の左辺の電位差は単位電荷を A から B まで運ぶ際に電界がなす仕事に等しいものと説明している．

$$V_A - V_B = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \cdots (3.1.12)$$

上述までが，文献 8 での電位差の定義の説明である．次に文献 8 での電位の説明を挙げる．基準になる点 O を決めて P および O の二点間の電位差を（3.1.13）で記述する．

$$V_P - V_O = -\int_O^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \cdots (3.1.13)$$

電位差（3.1.13）を電位（3.1.14）に書き直す．電位差（3.1.13）および基準点 O に対応する電位を使用して，電位（3.1.14）を記述している．

$$V_P = V_O - \int_O^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \cdots (3.1.14)$$

ここで，基準点 O を無限遠にする．そして，その基準点である無限遠に対応する電位を（3.1.15）で定めることにする．（3.1.15）を（3.1.14）の右辺の第一項に代入すると電位（3.1.16）を記述できる．さらに，電位（3.1.16）を（3.1.17）に書き直している．電位（3.1.17）では，電界内の一点に対応する電位は，単位電荷をその点から無限遠にまで運ぶ時に，電界がなすべき仕事に等しいものと説明している．

$$V_\infty = 0 \cdots (3.1.15)$$

$$V_P = -\int_\infty^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}, (V_\infty = 0) \cdots (3.1.16)$$

$$V_P = -\int_\infty^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_P^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}, (V_\infty = 0) \cdots (3.1.17)$$

3.1 のここまでが文献 8 で与えられている電位差および電位の説明の紹介である．ここからは，上述で紹介した文献 8 の説明に対する著者の意見を論じることにする．

文献 8 では電位差を定義してから電位を与えている．そして，電位差を単位正電荷あたりの仕事として説明している．しかし，電位は静電場内の各位置に対応しているものである．電位差を定義しなければ電位を与えることができないことは物理現象を記述する上での順序としては不適切なものと著者は考えている．電位を仕事として定義することは，正の点電荷の移動を必要とする．実際は静電場内の各位置に電位が対応しているものとして扱うので，正の点電荷が移動してくる必要はない．静電気的ポテンシャルエ

ネルギーは相対的配置で決定するものであり，正の点電荷が移動する必要はない．この移動の観点では，電位および電位差を正の点電荷の移動を必要とする定義は不適切であるものと著者は考えている．さらに，（3.29）で説明したように（3.1.17）のように記述することは（3.1.17）の右辺の記述に対する物理的解釈が（3.1.16）の右辺の記述に対する物理的解釈とは異なるために，著者は電位の定義式としては不適切であるものと考える．
また，静電場内では正の点電荷が静電気力に抗しなくても，各位置の電位の高低を記述することはできる．静電気力に抗する力を導入して電位の高低を定義することは不適切であるものと著者は考える．電位差の定義（2.1.20）の右辺の符号を決定することで電位の高低を記述できる．

$$\Delta V_{ab} \equiv V_b - V_a \cdots (2.1.20)$$

上述の文献８の説明では，著者にとって不明慮な箇所がある．以下ではその不明慮な箇所について多少触れることにする．

引用１では，‘電位が高い’ことを定義している．引用１で験電荷が電位の低いＢ点からＢ点よりも電位の高いＡ点に移動している．静電場内で正の点電荷が静電気力に抗しないで移動する場合では，その点電荷が電位の高い位置から低い位置へ移動することは本書で既に説明をした．静電気力に抗しないで移動する点電荷は静電気力の向きと同じ向き——静電気力および変位ベクトルの内積の余弦の符号が正になる場合のことである．——に移動する．このことは，その点電荷に作用している静電気力のなす仕事量の符号は正であることになる．この解釈では，(3.1.1) の右辺の積分は（3.1.18）のように正に記述できる．線積分（3.1.18）が正であるので電位差（3.1.1）の符号は（3.1.19）のように負になる．電位差（3.1.19）から (3.1.20) になる．(3.1.20) ではＢ点の電位がＡ点の電位よりも大きいことになる．(3.1.18) と (3.1.20) を使用すると，正の点電荷はＢ点の電位よりも低い電位が対応するＡ点に移動したことになる．１Ｃの点電荷に静電気力のみが作用していて，その点電荷が静電気力に抗さないで移動する場合では‘外部から為した仕事量’は与えていないものと解釈できる．そのような‘外部から為した仕事量’が成立していない場合では，文献８の説明では‘外部から為した仕事量’で（3.1.1）の右辺の記述を説明できない．このように‘外部から為した仕事量’が成立していない場合では正の点電荷の移動方向と電位の高低の関係は引用１の験電荷の移動と電位の高低の定義との関係には一致していない．

$$V_A - V_B = -\int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \cdots (3.1.1)$$

$$\int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} > 0 \cdots (3.1.18)$$

$$V_A - V_B = -\int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} < 0 \cdots (3.1.19)$$

$$V_A < V_B \cdots (3.1.20)$$

（3.1.19）の右辺を（3.1.21）の右辺の積分に書き直すことができる．(3.1.4）を（3.1.21）の両辺に掛けることで（3.1.22）の右辺に仕事量を記述しているものと扱う．そのことで，(3.1.22）の右辺では，静電気力（3.1.3）が作用している電気量（3.1.4）をもつ験電荷がＡ点よりも電位の高いＢ点に移動したもの

と解釈できる．１C の点電荷に静電気力のみが作用していて，その点電荷が静電気力に抗さないで移動する場合では，１C の点電荷は静電気力の向きに電位の高い位置からその電位よりも低い位置へ向かって移動することは本書で既に説明をした．この解釈には，（3.1.21）の符号は一致していない．このことは，（3.1.21）の右辺の線積分での点電荷の移動方向と電位の高低を示す（3.1.20）を使用することで明らかである．(3.1.21）の右辺の積分は（3.1.12）の右辺の積分と同じ記述である．ただし，(3.1.12）の右辺には符号は明示していない．

$$V_A - V_B = \int_A^B \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} < 0 \cdots (3.1.21)$$

$$\delta q = 1 \cdots (3.1.4)$$

$$\delta q \cdot (V_A - V_B) = \int_A^B (\delta q \cdot \mathbf{E}) \cdot \mathbf{dl} < 0 \cdots (3.1.22)$$

$$\mathbf{F} = \delta q \cdot \mathbf{E} \cdots (3.1.3)$$

$$V_A - V_B = \int_A^B \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} \cdots (3.1.12)$$

一方，起電力から計算できる仕事量は，電位の低い位置から電位の高い位置へ移動する正の点電荷に作用する力のなす仕事量である．引用１の験電荷の移動を仮定すると，外部から仕事をなすことを主張している．ここで，外部から仕事をなすためには，静電場内の正の点電荷に力（3.1.21）を加えて点電荷を B 点から A 点まで移動させるものと解釈する．そして，力（3.1.21）を使用して，正の点電荷を B 点から B 点よりも電位の高い A 点に移動させるものとする．この場合では，正の点電荷は静電気力に抗して移動するので，(3.1.22) が成立する．(3.1.22) が成立するならば (3.1.23) になることは明らかである．(3.1.23) から（3.1.24）になる．(3.1.24）では正の点電荷は B 点の電位よりも高い電位が対応する A 点に移動したことになる．この正の点電荷の移動方向と電位の高低の関係は，引用１に一致するものと解釈できる．この解釈での (3.1.23) の値は (3.1.4) を使用した起電力から計算できる仕事量とも考えることができる．このような起電力については，第５回の３章の最後のほうで計算に示した．

$$\mathbf{F}_{ex} \cdots (3.1.21)$$

$$\int_B^A \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} < 0 \cdots (3.1.22)$$

$$V_A - V_B = -\int_B^A \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} > 0 \cdots (3.1.23)$$

$$V_A > V_B \cdots (3.1.24)$$

上述の（3.1.19）および（3.1.23）を使用して，２００９年の著者の意見を以下に論じる．(3.1.18）および（3.1.22）では符号が決定しているのに内積を使用して記述している．符号が決定しているならば，内積で記述しないでベクトルの大きさと余弦で（3.1.22）を記述したほうが点電荷の移動方向と静電場ベクトルの向きとの関係が明確であるものと著者は考える．引用１では，外部から為す仕事量を導入して定義を与えている．(3.1.19）のように外部から為す仕事量が成立しなくても，(2.1.27）のような電位差を導出できた．このことは，第４回でも説明している．文献８の指導では点電荷の移動方向と静電気力の向きの関係は引用１から知るものと著者は考える．上述のように符合を決定しなくても（3.1.1）のような電

位差の線積分——（2.1.27）で説明できる．——を使用することはできる．この観点で以下のように考察することができる．

$$\Delta V_{ab} = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds} \cdots (2.1.27)$$

（3.1.7）を外部から加えるべき仕事として扱う際には，電界がなす仕事として（3.1.6）を扱う．電界が仕事（3.1.6）をなすことは，電界に起因して生じた静電気力が作用している点電荷が変位ベクトル **dl** だけ微小変位したことで説明できる．そして，静電気力が作用している点電荷のもつエネルギーの変化量に仕事量（3.1.6）分を考える．

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{dl} = 1 \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} \cdots (3.1.6)$$

（3.1.6）のエネルギー分だけ，電界に抗して外部から点電荷に仕事を加えるものと考える．この加えるべく仕事量は仕事量（3.1.6）とは異符号の量であるものと考える．このことで，仕事量（3.1.6）に負号をつけると仕事量（3.1.7）になる．このように外部から点電荷へエネルギーを移すことでは，電界に抗して外部から加えるべき仕事量（3.1.7）を加えることで，静電気力が作用している点電荷のもつエネルギーの変化量に仕事量（3.1.7）分を加えるものと考える．

$$-\mathbf{F} \cdot \mathbf{dl} = -1 \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} \cdots (3.1.7)$$

電界に抗して外部から加えるべき仕事量（3.1.7）を使用して，引用１の電位の高低の定義および電位差の定義に従って電位差を計算すると (3.1.25) を記述できる. 引用１の電位の高低の定義では, 電位差 (3.1.25) では (3.1.11) が成立するものと考えることができる. (3.1.11) では電位差 (3.1.10) を記述できる. (3.1.25) および（3.1.10）を使用すると，引用１から（3.1.9）を記述できるものと考えることができる．実際，文献８ではエネルギーという言葉を使用している．仕事量とエネルギーを結びつけて‘点電荷系の有するエネルギ’を導出している．

$$\int_B^A -\mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} > 0 \cdots (3.1.25)$$

$$V_A > V_B \cdots (3.1.11)$$

$$V_A - V_B > 0 \cdots (3.1.10)$$

$$V_A - V_B = \int_B^A -\mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} > 0 \cdots (3.1.9)$$

文献８の指導をこのように解釈すると，引用１で与えている電位の高低の定義を導出することはできないものと著者は考えている．このような指導では，引用１での電位の高低の定義および電位差の定義に従って（3.1.9）を導出することになる．そして，（3.1.9）を使用すると，（3.1.26）を記述できる．

$$V_A - V_B = \int_B^A -\mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} \cdots (3.1.26)$$

文献８では重力を使用して‘位置エネルギ’を説明している．さらに，文献８では電位差を説明する前にクーロンの法則を説明している．このことから，文献８の電位差の説明でクーロンの法則の位置エネルギーを既知であるものと仮定した場合は次のような余地も生じるものと著者は考えている．点電荷が静電気力に抗さないで変位ベクトル **dl** だけ移動した場合の電界のなす仕事を（3.1.6）で記述する．

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{dl} = 1 \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} \cdots (3.1.6)$$

（3.1.6）を使用して位置Aから位置Aより電位の低い位置Bへ点電荷が静電気力に抗さないで移動した場合の仕事を（3.1.27）で記述できる．ここで，位置Aでの点電荷がもつ位置エネルギーを（3.1.28）とする．同様に，位置Bでの点電荷がもつ位置エネルギーを（3.1.29）とする．

$$\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} \cdots (3.1.27)$$

$$U_A \cdots (3.1.28)$$

$$U_B \cdots (3.1.29)$$

仕事（3.1.27）と位置エネルギーの変化量との関係は，（3.1.30）で与えられることを既知とする．文献８の１章になるベクトル算法の箇所では，（3.1.30）を記述できる説明を与えているものと著者は判断する．

$$\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -(U_B - U_A) \cdots (3.1.30)$$

同様に，点電荷が静電気力に抗して変位ベクトル $d\mathbf{l}'$ だけ移動した場合の電界のなす仕事を（3.1.31）で記述する．位置Aおよび位置Bでの点電荷がもつ位置エネルギーの関数を（3.1.28）および（3.1.29）で記述する．

$$\mathbf{F}\cdot d\mathbf{l}' = 1\cdot \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}' \cdots (3.1.31)$$

（3.1.31）を使用して位置Bから位置Bより電位の高い位置Aへ点電荷が静電気力に抗して移動した場合の仕事を（3.1.32）で記述できる．（3.1.30）の右辺を（3.1.33）の右辺に書き直す．（3.1.32）の右辺に（3.1.33）の左辺を代入すると，（3.1.34）になる．（3.1.34）を使用すると（3.1.7）を得ることは明らかである．

$$\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}' = -(U_A - U_B) \cdots (3.1.32)$$

$$\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = U_A - U_B \cdots (3.1.33)$$

$$\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}' = -\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} \cdots (3.1.34)$$

$$-\mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = -1\cdot \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} \cdots (3.1.7)$$

（3.1.34）の左辺は，位置Bから位置Bより電位の高い位置Aへ点電荷が静電気力に抗して移動した場合の外部から加えるべき仕事を意味する．このことで，(3.1.34) の右辺をその‘外部から加えるべき仕事’であるものと扱う．（3.1.30）および（3.1.34）を使用すると，（3.1.35）を記述できる．引用１の電位差の定義および（3.1.4）を使用すると，（3.1.35）から（3.1.36）になる．（3.1.36）は整理すると，（3.1.37）に記述できる．

$$-\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = U_B - U_A \cdots (3.1.35)$$

$$\delta q = 1 \cdots (3.1.4)$$

$$\frac{-\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}}{\delta q} = \frac{U_B - U_A}{\delta q} \cdots (3.1.36)$$

$$-\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = V_B - V_A \cdots (3.1.37)$$

（3.1.35）の右辺が位置エネルギーの差であることを考慮すると，（3.1.37）の左辺は（3.1.38）に記述できる．そして，（3.1.38）の右辺を（3.1.39）に書き直せる．（3.1.39）は（3.1.40）に記述できて，（3.1.1）に等しい記述になる．

$$\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = V_B - V_A \cdots (3.1.38)$$

$$\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -(V_A - V_B) \cdots (3.1.39)$$

$$V_A - V_B = -\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} \cdots (3.1.40)$$

引用１の電位の高低の定義を使用すると，（3.1.40）から（3.1.9）を計算できる．（3.1.9）から（3.1.11）になることは明らかである．

$$V_A - V_B = \int_B^A -\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} > 0 \cdots (3.1.9)$$

$$V_A > V_B \cdots (3.1.11)$$

（3.1.36）および（3.1.37）からは（3.1.41）を記述できる．（3.1.41）からは単位電荷あたりの位置エネルギーの変化量は電位差であるものと解釈できる．

$$\frac{U_B - U_A}{\delta q} = V_B - V_A \cdots (3.1.41)$$

文献８での説明では，（3.1.1）を導出する物理学的根拠が明らかでないものと２００９年現在の著者は次のように考えている．上述の２つの解釈では，物理理論上の根拠となる考えにエネルギーを観点に置いて文献８で導出した電位差（3.1.1）を導出した．文献８では電位差（3.1.42）の記述が（3.1.42）の導出の箇所で使用されている．（3.1.42）のような記述は２００９年現在の一般の線積分の記述では（3.1.43）のように解釈できるものと著者は考えている．（3.1.43）のような記述では，力（3.1）の為す仕事量での解釈を示しているものと扱える．

$$V_A - V_B = -\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} \cdots (3.1.1)$$

$$V_A - V_B = \int_B^A -\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} > 0 \cdots (3.1.42)$$

$$V_A - V_B = \int_B^A (-\mathbf{E})\cdot d\mathbf{l} > 0 \cdots (3.1.43)$$

$$-\mathbf{F} = -q \times \mathbf{E}, (q > 0) \cdots (3.1)$$

静電気力に抗する力（3.1）のなす仕事量となる考えを使用したものと扱う場合での文献８の電位差（3.1.1）の導出よりも，上述のようなエネルギーを根拠とした考え方での電位差の線積分（3.1.1）の導出は一般の物理学理論構築の要請に従った解釈であるものと著者は考えている．３章で（3.1.1）のような線積分の内積について考察した．その考察でも（3.1.1）のような積分では記述の方法は幾通りかあり，それぞれの記

述で物理現象を説明する内容が異なることを説明した．（3.1.43）のような電位の記述では，静電気力に抗する力（3.1）のなす仕事量（3.41）となる解釈を与える．(3.41）よりも（3.39)，(3.40）および（3.42）の記述のほうが実際のそれぞれの物理現象を説明できることに３章で触れた．このようなことは電位差でも同様であるものと著者は考える．静電気力に抗して点電荷が移動することは静電気力ベクトルと変位ベクトルのなす角度で知ることができる．このことでは，静電気力に抗して点電荷が移動することは（3.39）の負号で説明することではないことが明らかである．(3.1.7)の符号の解釈が文献８では明らかではない．その負号を静電気力に抗する力とも呼べる（3.1）の符号とすることは，２００９年現在の著者の採用する物理学理論では，誤解とするものと著者は考える．このことからも静電気力に抗して点電荷が移動する場合のみを（3.41）の表現の解釈とすることは物理理論の根拠に反する解釈であるものと著者は考えている．このような解釈では，電位（3.39）および電位差（3.1.1）の値を静電気力に抗して１Ｃの点電荷が移動する場合のみの仕事量の値に等しいとする解釈も物理理論の根拠に反する解釈であるものとは著者は考えている．

$$\int_{\infty}^{r}(-\mathbf{F})\cdot d\mathbf{s}=\int_{\infty}^{r}(-\mathbf{E})\cdot d\mathbf{s}\cdots(3.41)$$

$$-\int_{\infty}^{r}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}=-\int_{\infty}^{r}1\cdot\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}\cdots(3.39)$$

$$\int_{\infty}^{r}\mathbf{F}\cdot(-d\mathbf{s})=\int_{\infty}^{r}1\cdot\mathbf{E}\cdot(-d\mathbf{s})\cdots(3.40)$$

$$\int_{r}^{\infty}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}=\int_{r}^{\infty}1\cdot\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}\cdots(3.42)$$

$$-\mathbf{F}\cdot d\mathbf{l}=-1\cdot\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}\cdots(3.1.7)$$

文献８では引用１のように電位の高低を定義するのに，静電気力に抗して 1C の点電荷が移動する場合を使用している．この場合では，１C の点電荷が B 点に対応する電位よりも高い電位が対応する A 点に移動することから電位の高低を定義することができる．そして，引用１では電位の高低の定義で使用した外部から為した仕事量を使用して電位差を定義している．本書で採用した物理理論では，外部からなした仕事量でなくても電位差を定義できる．その定義の方法は，(2.1.20）のように電位の差として電位差を定義することである．引用１のような電位差の定義では使う必要のない‘外部から為した仕事’を使用していることが不適切な箇所であるものと著者は考える．このような仕事量を使用することで，同時に異なる２点間のそれぞれの電位を測定して電位差を与えることができなくなる．このことについては，第４回の４章で説明を既にした．本書は電気の回路論を論じたものであるので，同時に回路上の異なる２点間の電位をそれぞれ測定して電位差を電圧として使用することを頻繁に想定することがある．このことからも（2.1.20）のような定義でなくては回路論の要請に耐えることはできないものと著者は考える．

$$\Delta V_{ab}\equiv V_b-V_a\cdots(2.1.20)$$

著者の知る電位および電位差の説明では引用１のように電位差を定義しないものもある．そのような説明では，１C の点電荷を使用して静電気力に対する仕事量あるいは静電気力に抗して運ぶに要する仕事量の値に等しいものとして電位および電位差を説明しているものがある．そのような説明は，電位の高低を定義することがなく，静電気力に対することあるいは静電気力に抗することを導入した電位および電位差

の説明である．このような電位および電位差の説明について３章２節および３章３節で説明する．既に説明したように，電位および電位差を定義するのに静電気力に抗する点電荷の移動を使用する必要はない．点電荷が静電気力に抗しようとも抗することがなくとも電位および電位差を定義することができる．

3.2 ファインマン物理学の説明

文献９では電気力に対してする仕事として(3.2.1)を与えている．仕事(3.2.1)の右辺の電気力を(3.2.2)とした場合で電位を説明している．(3.2.2)の右辺の(3.2.3)は静電場である．

$$W=-\int_a^b \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s}\cdots(3.2.1)$$

$$\mathbf{F}=1\cdot\mathbf{E}\cdots(3.2.2)$$

$$\mathbf{E}\cdots(3.2.3)$$

静電気力(3.2.2)を仕事(3.2.1)に代入すると(3.2.4)になる．仕事(3.2.4)の右辺を(3.2.5)に記述する．

$$W=-\int_a^b \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s}\cdots(3.2.4)$$

$$-\int_a^b \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s}=\phi(b)-\phi(a)\cdots(3.2.5)$$

文献９では電位――文献９では静電位あるいは静電ポテンシャルとも呼んでいる箇所もある．――をポテンシャルとして(3.2.6)で与えている．電位(3.2.6)の P_0 は基準点になる．ポテンシャル(3.2.6)の基準点 P_0 の電位は零であるものとしている．

$$\phi(P)=-\int_{P_0}^{P} \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s}\cdots(3.2.6)$$

文献９では電位の物理的解釈を引用２のように与えている．引用２では位置エネルギーを使用して電位の物理的解釈を与えている．引用２では位置エネルギーとして解釈できる仕事(3.2.5)の右辺の各項の値にポテンシャル(3.2.6)の値が等しいことを指摘しているものと２００７年現在の著者は解釈する．

単位の電荷が基準点から空間の与えられた点まで運ばれるとき得る位置エネルギーである．

出典：宮島龍興訳『Ⅲ　電磁気学　ファイマン物理学』，(岩波書店，１９６９年)

引用２

文献９では‘電気力に対してする仕事’から電位の説明を始めている．この‘電気力に対してする仕事’は(3.2.1)で記述してあり，(3.2.1)の記述では静電気力に抗する力のなす仕事としても解釈できる．しかし，そのような解釈は文献４および文献５を読むことでは正しくないものと２００９年現在の著者は考えている．このことについて，以下では説明をする．

文献１０では位置エネルギー(3.2.7)と呼ぶものを説明してあり，(3.2.1)の記述は静電場内の位置エネルギーであるものと解釈できる．文献１０での位置エネルギーの与え方は(3.2.7)を位置エネルギーとして与えている．本書の第１回でのポテンシャルエネルギーの意味の定義では仕事を使用しないでポテンシャルエネルギーの意味を保存力に対して定義した．しかし，文献１０の(3.2.7)では仕事を記述して位置エネルギーであることを示している．(3.2.7)の左辺の関数は位置を示す変数を独立変数とする関数である．(3.2.7)の左辺では便宜的に‘1’を使用している．

$$U(1) = -\int_P^1 \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} \cdots (3.2.7)$$

位置１の位置エネルギー（3.2.7）のＰは位置エネルギー（3.2.7）の値を零とする標準点である．(3.2.7)の位置の点 Ｐ の代わりに位置の点 Ｑ を使用して（3.2.8）を記述することができる．(3.2.8)の左辺および右辺を使用すると位置１の位置エネルギー（3.2.9）を記述できる．位置１の位置エネルギー（3.2.9）では位置 Ｑ の位置エネルギーが（3.2.9）の右辺の第二項に記述できる．

$$-\int_Q^1 \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = -\int_Q^P \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} - \int_P^1 \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = \int_P^Q \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} - \int_P^1 \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = -U(Q) + U(1) \cdots (3.2.8)$$

$$U(1) = -\int_Q^1 \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} + U(Q) \cdots (3.2.9)$$

（3.2.8）の右辺を（3.2.10）で記述する．(3.2.8）の左辺の仕事を（3.2.11）で記述する．位置エネルギーの差（3.2.10）および保存力のなす仕事（3.2.11）を使用すると，(3.2.8）は（3.2.12）で記述できる．

$$\Delta U_{Q1} = U(1) - U(Q) \cdots (3.2.10)$$

$$W_{Q1} = \int_Q^1 \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = \cdots (3.2.11)$$

$$\Delta U_{Q1} = -W_{Q1} \cdots (3.2.12)$$

（3.2.12）は本書の第１回の（3.4）を使用しても記述できる．しかし，本書の第１回の（3.4）は定義として与えたものである．(3.2.12）は（3.2.8）を書き直したものであり，(3.2.8）は（3.2.7）から導出して記述したものである．文献１０では (3.2.7) で位置エネルギーを与えた．一方，本書は第１回の３章で，ポテンシャルエネルギーの意味を‘系内の各質点が相対的配置に在るためにもっているエネルギー’として保存力に対して定義している．このようにポテンシャルエネルギー――文献１０では位置エネルギーと呼んでいる．――の与え方が異なることも含めて関係式（3.2.12）の解釈が異なる部分があることは明らかである．

標準点Ｐから位置１へ移動する際に質点がもつ位置エネルギー（3.2.7）の値は（3.2.7）の右辺の変位ベクトルの符号を逆にして計算した（3.2.13）の右辺の仕事量の値に等しい．(3.2.13）の右辺の仕事量の値は（3.2.14）の右辺の位置１から標準点Ｐへ移動する質点に作用している保存力（3.2.15）のなす仕事量の値に等しい．(3.2.14）の関係は（3.2.15）が保存力であることから成立する．このことは第１回の２章で説明をした．

$$U(1) = -\int_P^1 \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} \cdots (3.2.7)$$

$$U(1) = -\int_P^1 \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = \int_P^1 \mathbf{F}\cdot (-\mathrm{d}\mathbf{s}) \cdots (3.2.13)$$

$$\int_P^1 \mathbf{F}\cdot (-\mathrm{d}\mathbf{s}) = \int_1^P \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s} \cdots (3.2.14) \text{仕事量}$$

$$\mathbf{F} \cdots (3.2.15) \text{保存力}$$

（3.2.13）および（3.2.14）を使用すると，保存力（3.2.15）が作用している質点が位置１に在る時に，その質点がもつ位置エネルギー（3.2.7）の値は（3.2.16）の右辺の仕事量の値に等しい．文献９では，こ

のような‘位置エネルギー（3.2.7）’とした‘電気力に対してする仕事（3.2.1）’に対する解釈を主張しているものと２００９年現在の著者は考える．この解釈で，(3.2.1）を‘電気力に対してする仕事’と呼ぶことは，日本語としては語弊があるものと２００９年現在の著者は考える．‘位置エネルギー’と呼ぶことについては，第１回の付録で著者の意見に触れている．

$$U(1) = -\int_P^1 \mathbf{F}\cdot d\mathbf{s} = \int_1^P \mathbf{F}\cdot d\mathbf{s} \cdots (3.2.16)$$

$$W = -\int_a^b \mathbf{F}\cdot d\mathbf{s} \cdots (3.2.1)$$

（3.2.6）で電位を定義することは，正の点電荷が移動する必要がある箇所に３章の１節と同様に不適切なものであることを著者は考える．また，ポテンシャルエネルギーを（3.2.7）で定義することは不適切なものであることを著者は考える．仕事（3.2.7）では質点の移動を要求するが本書のポテンシャルエネルギーの意味の定義は質点の移動を要求しないでポテンシャルエネルギーを与えることができる．

3.3 詳解　電磁気学演習の説明

文献１１では（3.3.1）で電位を記述している．文献１１では静電気力に抗して１C の点電荷を無限遠から一点 P まで運ぶための仕事として電位（3.3.1）を説明している．１C の点電荷が静電気力に抗して移動することは（3.3.1）の内積の余弦の符号で示さなければならない．静電気力に抗して１C の点電荷を移動させることでは，(3.3.1）の負号を説明できていない．文献８の引用１では電位の高低を定義するために，静電気力に抗することを使用した．文献１１では，電位の高低の定義をすることなく，静電気力に抗して１C の点電荷を無限遠から一点 P まで運ぶための仕事を使用して説明をしている．このようなことからも，文献１１で１C の点電荷が静電気力に抗する移動を使用することの意義が不明慮であるものと２００９年現在の著者は考える．

$$V_P = -\int_\infty^P \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r} = \int_P^\infty \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r} \cdots (3.3.1)$$

文献１１に掲載されている参考文献リストに文献８が含まれている．文献１１の説明では（3.3.1）の値が（3.3.1）の静電気力に抗する力のなす仕事の値に等しいことを指摘しているものと２００７年現在の著者は解釈する．しかし，電位の単位は仕事の単位とは異なるために（3.3.1）を‘仕事’として考え点 P の電位と呼ぶことは２００７年現在の著者は不適切であるものと考えている．一般の静電場では静電気力に抗する力（3.1）が作用していることは保証されていないことを３章でふれた．このように一般の静電場内に在る点電荷に作用していない力（3.1）を仮定した解釈を与えた（3.3.1）であるならば，(3.1）を仮定した仕事の値を電位の説明に使用することは不適切であるものと２００７年現在の著者は考えている．３章１節の最後のほうで著者にとって不明慮である文献８の箇所についての考察と類似の意見を２００９年現在の著者は文献１１に持っている．

$$-\mathbf{F} = -q \times \mathbf{E}, (q > 0) \cdots (3.1)$$

２点 A および B に対応する電位の差を電位差（3.3.2）として説明している．電位差は 1C の点電荷を B から A に運ぶに要する仕事に等しいとして説明している．(3.3.2）の表現は文献８と同じような記述——文献９のものよりも一致する．——である．その表現および他の説明の箇所に文献８および文献１１の共通な部分を著者は感じている．このようなことからも，(3.3.1）および（3.3.2）の負号については（3.1）

のなす仕事としての解釈の余地を残すものと２００９年現在の著者は考える．

$$V_A - V_B = -\int_B^A \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r} \cdots (3.3.2)$$

（3.50）の解釈と同様に（3.3.1）の記述では値が等しいことを示している．しかし，（3.3.1）では物理的解釈の異なる部分を等式で結んでいるために著者は電位の定義として使用することは不適切であるものと考える．電位の定義として（3.3.1）を使用する際には，静電気力に抗する力を使用して電位を定義する箇所および仕事で説明するために正の点電荷が移動する必要がある箇所に，３章の１節と同様に不適切なものであることを著者は考える．

$$V_r = -\int_\infty^r \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = \int_r^\infty \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} \cdots (3.50)$$

4. あとがき

２００７年現在，この Option で本書の著作は終了する．本書の訂正箇所が見つかった際には不定期に改訂して発行する予定である．本書のファイルには既に改訂したものもある．本書の題は『電位の簡単な入門 2007』であるが内容は電気の回路論の電圧について説明することを目的とした．このために電位および電位差の定義は本書を構成する際に中心になる部分であるものと著者は考えている．この中心になる電位および電位差の定義が２００７年現在までの日本国内で使用されてきたそれらの説明と異なることは著者の経験では明らかである．このために，Option で３つの有名な著作物を使用して，本書の電位および電位差の定義と異なる観点について著者の意見として説明してみた．

２章および３章で説明したように本書の電位および電位差の定義は他の著作物とは異なるために，他の書物の説明と競合する際には，使い方に注意を要するものと著者は考える．本書の第１回から第５回までとは Option は性質が異なる．Option は著者の意見としてまとめたものであることを最後にも断っておくことにする．

付録

ｉ．静的な電場および磁場での電流密度ベクトルの発散について

２章の（2.27）～（2.30）で静的な電場および磁場を記述した．ここでは，（2.27）～（2.30）で記述した場で電流密度ベクトルの発散が零になることを示す．

$\nabla\cdot\mathbf{D} = \rho \cdots (2.27)$　（ガウスの法則）

$\nabla\cdot\mathbf{B} = 0 \cdots (2.28)$　（無磁荷）

$\nabla\times\mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{j} \cdots (2.29)$　（アンペールの法則）

$\nabla\times\mathbf{E} = 0 \cdots (2.30)$

ここでは，マクスウェの修正したアンペールの法則（2.23）および静的な電場の条件（2.25）を使用する．電流密度ベクトルの発散を導出する．その電流密度ベクトルの発散の（2.25）を使用する．

$$\nabla\times\boldsymbol{B} = \mu_0 \times \boldsymbol{j} + \mu_0 \times \frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t} \cdots (2.23)$$

$$\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} = 0 \cdots (2.25)$$

(2.23) の両辺の発散を計算する．(a.1.1) で (2.23) の両辺の発散を記述している．(a.1.1) の左辺は (a.1.2) になるものとする．(a.1.2) については本書の第５回の５章で説明した．(a.1.1) の右辺は (a.1.3) に書き直す．

$$\nabla\cdot(\nabla\times\mathbf{B})=\nabla\cdot(\mu_0\times\mathbf{j})+\nabla\cdot\left(\mu_0\times\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\right)\cdots(\text{a.1.1})$$

$$\nabla\cdot(\nabla\times\mathbf{B})=0\cdots(\text{a.1.2})$$

$$\nabla\cdot(\mu_0\times\mathbf{j})+\nabla\cdot\left(\mu_0\times\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\right)=\mu_0\times\nabla\cdot\mathbf{j}+\mu_0\times\frac{\partial(\nabla\cdot\mathbf{D})}{\partial t}\cdots(\text{a.1.3})$$

(2.27) を使用すると (a.1.3) の右辺は (a.1.4) に記述できる．(a.1.2) および (a.1.4) を使用すると，(a.1.1) は (a.1.5) で記述できる．

$$\mu_0\times\nabla\cdot\mathbf{j}+\mu_0\times\frac{\partial(\nabla\cdot\mathbf{D})}{\partial t}=\mu_0\times\nabla\cdot\mathbf{j}+\mu_0\times\frac{\partial(\rho)}{\partial t},(\nabla\cdot\mathbf{D}=\rho)\cdots(\text{a.1.4})$$

$$\nabla\cdot\mathbf{j}+\frac{\partial(\rho)}{\partial t}=0,(\nabla\cdot\mathbf{D}=\rho)\cdots(\text{a.1.5})$$

(2.25) および (2.27) を使用すると (a.1.5) は (a.1.6) に記述できる．(a.1.6) は (a.1.7) で記述できる．

$$\nabla\cdot\mathbf{j}+\frac{\partial(\rho)}{\partial t}=\nabla\cdot\mathbf{j}+0=0,(\nabla\cdot\mathbf{D}=\rho)\cdots(\text{a.1.6})$$

$$\nabla\cdot\mathbf{j}=0\cdots(\text{a.1.7})$$

ⅱ. 電流およびベクトル

本書の第５回の４章で電流がベクトルでない計算を示した．Option で使用した参考文献９の『Ⅲ　電磁気学　ファイマン物理学』ではベクトル電流を導入している．この文献９のベクトル電流は電流密度ベクトルに針金の断面積を掛けた記述である．このようなベクトルとして電流を計算すると，一般的な導線の電流の測定結果と異なる計算結果になる．このために，著者は本書にベクトル電流を使用しないで電流を説明した．電流をベクトルとしては本書では扱っていない．このことは，本書の第５回の４章で説明している．この電流の観点においては，本書では文献９と異なる解釈を明確にしている．

参考文献

1）富岡和人，“電位の簡単な入門 2007 第一回”

2）富岡和人，“電位の簡単な入門 2007 第二回”

3）富岡和人，“電位の簡単な入門 2007 第三回”

4）富岡和人，“電位の簡単な入門 2007 第四回”

5）富岡和人，“電位の簡単な入門 2007 第五回”

6）ROBERT RESNICK, DAVID HALLIDAY, KENNETH S. KRANE, 1992 : PHYSICS 4th Edition Volume1, John Wiley & Sons，Inc.，pp.151-167.

7）ROBERT RESNICK, DAVID HALLIDAY, KENNETH S. KRANE, 1992 : PHYSICS 4th Edition Volume2, John Wiley & Sons，Inc.，pp.593-887.

8）竹山説三 :『電磁気学現象理論』，（丸善，昭和４２年），pp.11-12，pp.30-32，p.104.

9）宮島龍興訳：『Ⅲ　電磁気学　ファイマン物理学』，（岩波書店，１９６９年），pp.43-46.
１０）　坪井忠二訳：『Ⅰ　力学　ファイマン物理学』，（岩波書店，１９６７年），pp.196-197.
１１）　編者　後藤憲一，山崎修一郎：『詳解　電磁気学演習』，（共立出版，１９７０年），pp.1-2.
１２）　小玉英雄：『物理学基礎シリーズ６相対性理論』，（倍風館，１９９７年），pp.9-11.
１３）　富岡和人，“AL_COM.CVSyst.1 on Dec. 27, 2006”，循環系に関する研究報告，（2006-12-27）
１４）　富岡和人，“循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第一回”
１５）　富岡和人，“循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第二回”
１６）　富岡和人，“循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第三回”
１７）　富岡和人，“特殊相対性理論の速度の変換”，p.55–56.
１８）　富岡和人，“特殊相対性理論のエネルギーの変換と相対論的質量の変換”．
１９）　富岡和人，“AL_COM.CVSyst.2_on_Dec. 25, 2008”，循環系に関する研究報告，（2008-12-25）．

免責事項

著作権

電位の簡単な入門 2007Option　富岡和人(とみおかかずひと)著

作成日：2007 年 12 月 17 日
発行日：2007 年 12 月 17 日
改訂発行日：2007 年 12 月 26 日
改訂発行日：2008 年 07 月 23 日
改訂発行日：2009 年 07 月 08 日
改訂発行日：2009 年 09 月 02 日

ホームページ
http://www.alifecom.info/

http://www7b.biglobe.ne.jp/~alifecom/
http://book.geocities.jp/alifecominfo/
http://alifecominfo.aikotoba.jp/

電気の回路のページ
http://www.alifecom.info/circuit_analysis.htm
http://www7b.biglobe.ne.jp/~alifecom/circuit_analysis.htm
http://book.geocities.jp/alifecominfo/circuit_analysis.htm
http://alifecominfo.aikotoba.jp/circuit_analysis.htm