

電位の簡単な入門 2007

No.5

——電気の回路で使用する電圧のお話し——

A LIFE COM. バイオ研究室

富岡和人

1. まえがき

本書——電位の簡単な入門 2007 のこと。——の第 4 回までで、電位および電位差の定義を与えることができた。第 5 回は本書の本文の最終回である。第 5 回では電気の回路で使用する電圧について説明する。

著者の見識では、本書の第 5 回で使用した微分法論は 2007 年現在までの日本の高校および大学の指導で使用されてきた一般的なものとは異なるものである。著者の判断で、第 5 回で使用した微分法論のほうが日本での一般的なものよりも第 5 回の計算においては優れているものと考え採用した。また、第 5 回でその微分法論を採用した理由は著者の専攻である循環系の回路モデルでの‘分母の零’における計算に対する備えにするためでもある。

第 4 回で定義した電位差を使用して、2 章で電圧の式を与える。2 章では 3 章以降で使用する電位および電圧の微分についても説明する。3 章以降では点電荷の移動が関係する内容を扱う。第 4 回で説明をした電位差と静電氣的ポテンシャルエネルギーとの関係を使用して、その点電荷の移動を説明できる。各電磁気学の理論では、電位および電位差の定め方が異なる場合がある。電位および電位差の定め方が異なることで、静電場内での点電荷の移動で説明する電位および電位差の解釈が異なる。このことを 2 章の最後に説明する。3 章では起電力の定義を与えた。起電力は第 5 回では重要なものである。起電力は電源に関連する。電源の電圧と起電力との関係は 9 章で簡単に与える。3 章では電位差および起電力の定義で電位差および起電力に対する解釈が異なることを説明する。4 章では電流の定義を与えた。正の電気量の移動を使用して定義をすることで、起電力および電流の関係が生じる。4 章では電流密度ベクトルの説明をする。第 5 回では、電流密度ベクトルは SI での電流の単位の値を計算する際に使用する。4 章からはマクスウェルの方程式系を使用して重要な関係式を計算していくことになる。第 5 回で真空中のマクスウェルの方程式系のすべての方程式を記述することになる。磁場については磁荷が存在しないことについて説明した。マクスウェルの修正したアンペールの法則を使用して、電流および磁束密度との関係を説明する。このために、磁気力を使用して磁束密度ベクトルを定義した。また、ファラデーの法則を使用して、動電場および磁場の関係を説明した。そして、動電場での電気力を説明する。電気力および磁気力をひとつの式で記述するためにローレンツ力を説明する。SI の定義を導入して、電流の単位の定義から電流の値を計算する。ここで使用した文献の一部はインターネットでダウンロードして入手したものである。著者の試みでは、本書の参考文献紹介に示したキーワードを使用してインターネットで検索するとそのファイルをダウンロードできるサイトを見つけられた。ここでの文献では、‘The International System of Units(SI) 8th edition 2006’ が権威的な文献として紹介されることもある。本書では、第 5 回の 4 章までに電圧および電流の導入をしたので、電力の計算ができるようになる。4 章では静電氣的ポテンシャルエネルギー

の差の時間に対する変化率および仕事率——電力とも呼ぶ、——の計算をする。そして、コンデンサ——本書の第4回で説明した、——の電力および静電場に蓄えられるエネルギーについても計算する。静電学的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率は10章で回路方程式を導出する際に使用する。4章の最後には直流および交流の説明をする。5章では導線に生じる電流における電気量の保存を説明する。この電気量の保存を使用してキルヒホッフの第1法則について説明する。回路方程式を記述する場合に、回路の電流の関係式を求めるのにキルヒホッフの第1法則はたびたび使用するものである。5章の最後には連続の方程式を説明する。6章では電気抵抗の定義を与えた。電気回路では電気抵抗は回路を構成する素子となるものである。電気抵抗における電力および仕事量についての計算をする。さらに、抵抗率を静電場および電流密度で定義をして、電気抵抗を抵抗率で記述する。電気抵抗は温度に対して異なる値を示すこともある。このために、温度係数を使用して抵抗率を記述する。7章ではオームの法則に従う電気抵抗についての説明をする。オームの法則は電気抵抗においては使用頻度が高いものである。オームの法則を示す電気抵抗およびその電気抵抗の熱については、ジュールの法則およびジュール熱の説明をする。電気抵抗の熱の説明では、簡単に熱力学系について触れる。熱力学系については、文献12である第1回の付録で説明を与えた。8章ではインダクタンスと呼ばれるものを説明する。インダクタンスを説明する準備として、ファラデーの法則を使用する。ファラデーの法則を使用して、磁束密度ベクトルで磁束を説明する。さらに、3章の起電力を導入して、ファラデーの法則から誘導起電力と磁束との関係を与える。誘導起電力から生じる誘導電流の向きは磁束との関係がある。その誘導電流の向きの説明にはレンツの法則を使用した。そして、磁束を応用して、8章ではインダクタンスの定義を与えた。電磁気学および回路論においてインダクタンスはとても重要な物理量である。このインダクタンスでの誘導起電力および誘導電流の説明をする。インダクタンスおよび誘導起電力の解釈を使用して磁場のエネルギーを導出する。磁場のエネルギーを導出する際に、2章の静電学的ポテンシャルエネルギーの差の微分と電圧の関係式を使用する。その導出では、文献15である第4回で説明した静電気力のなす仕事量を使用して点電荷の移動を説明する。9章では回路図を描くのに必要な回路素子の記号についての説明をする。起電力、電圧源、電流源、電気抵抗、コンデンサ、インダクタおよび接地の記号を説明する。9章の電源は独立電圧源および独立電流源である。電気抵抗およびコンデンサの記号では可変の場合の記号も与えた。10章では回路解析で使用する回路方程式についての説明をする。10章で使用する回路は交流回路の直列RCL回路である。この直列RCL回路に系のエネルギー保存則を使用してキルヒホッフの第2法則を考察する。そして、正弦波交流の起電力を与えた場合の回路に生じる電流の最大値および位相の計算をした。また、直列RCL回路のインピーダンスを計算した。

本書の第5回の全体は文献1を参考にして作成したものである。4章で使用したStieltjes積分は文献2を参考にした。文献2では、閉区間内の端点での関数の微分可能についても参考になっている。国際単位系については文献3～文献5を参考にして作成した。抵抗の温度係数、ジュール熱、電流の単位およびインダクタについては文献5を参考にして作成した。キルヒホッフの法則および交流回路——抵抗回路、誘導回路、容量回路およびRCL直列回路のこと、——については文献6を参考にして作成した。文献7では制御電源について参考にした。

著者の専攻である循環系の回路モデルの資料として本書は作成している。その資料として文献8～文献

11 および文献20——ダウンロードは無償である。——がある。文献8は著者の——約10年間の研究成果の一部を纏めた。——論文である。文献20は、本書で定義した導線の電流の定義を使用して循環系の回路モデルで使用する血流量を定義した論文である。文献20の考察では、本書の第1回の付録で説明をした系のエネルギー保存則および熱力学の第1法則を使用した。さらに、この第5回の8章で定義したインダクタンスを使用して循環系の回路モデルのインダクタンスを与えた。文献20での計算では、第5回で著者が独自に採用した文献19の微分法論を使用して計算をしている。文献8および文献20の両方で著者が構築している循環系の回路モデル理論で使用するコンプライアンス、流れの抵抗およびインダクタンスを与えることができる。文献8および文献20で著者が定義したコンプライアンス、流れの抵抗およびインダクタンスは電気回路論でのコンデンサ、電気抵抗およびインダクタンスにそれぞれ対応するものとして扱うことができる。オームの法則を応用して文献8では流れの抵抗を定義した。第5回のオームの法則の説明は著者が大学生のころに日本国内で読んだことがある一般のオームの法則の説明とは異なる箇所があるものと著者は考えている。著者が学生のころに読んだオームの法則の説明では、‘比例’という言葉を使用している。著者は、‘線形のグラフ’という表現を使用して説明をしている。このような表現の異なる箇所から生じることは、回路素子の電気抵抗の特性を与える方法に見ることができる。そのような電気抵抗の特性の与え方が異なることから流れの抵抗の与え方が異なる場合を想定できる。インダクタンスの定義が異なることから導出できる計算結果に異なる箇所を生じる観点がある。このために、文献20の循環系の回路モデル理論では、インダクタンスを時点が独立変数になる関数として扱っている。第5回のインダクタンスの与え方およびその定義は、文献1の指導を主に参考にして物理理論から理論計算で著者が独自に与えたものである。文献8および文献20の循環系の回路モデル理論では、電気回路論のキルヒホッフの第1法則およびキルヒホッフの第2法則を応用して回路方程式を記述する。その回路方程式を解析することで、循環系の回路モデル理論から成果となるものを研究する。生理学では、コンプライアンスおよび血管抵抗と呼ばれるものがある。それらは、文献8および文献20で使用した著者が独自に定義したコンプライアンスおよび流れの抵抗とは異なる。そのような生理学書で著者が読んだことがあるものと著者が独自に定義したものと比較は重要な著者の研究活動である。著者の独自に定義したコンプライアンスおよび流れの抵抗が上述の生理学のものよりも優れていることを、2009年現在の著者の研究活動の一部で考えている。著者は生理学書でインダクタンスを説明したものを読んだことはない。このことでは、文献20で著者が独自に定義したインダクタンスと直接に比較する生理学書のインダクタンスを著者は知らない。インダクタンスでは、生体の研究で著者が独自に定義したインダクタンスがどのように使用できるのかを示すことは重要なことであるものと2009年現在の著者は考えている。著者の専攻である循環系の回路モデルでは、電気の回路で使用する記号を応用して使用する。9章で示した記号は、そのように循環系の回路モデルでも考慮する記号である。文献8および文献20は論文である。それらの論文では、一般的な論文の説明よりも丁寧に書いたつもりである。そのように書いた論文よりも初心者著者の構築している循環系の回路モデル理論を理解しやすいように説明することを試みて、文献9～文献11を著者が作成した。

本書の文献12の第1回から文献15の第4回までに説明したポテンシャルエネルギーおよび仕事量との関係を使用した計算に、第5回ではかなりの紙面を割いた。また、コンデンサ、電位および電位差も

たびたび使用する。工学の回路論での電位の入門としての電圧について説明することを本書の目的としている。このために、回路の解析は本書の目的にはならないので極めて簡単に触れるようにした。文献17は著者が本書で採用した電位の定義についての意見を論じたものである。ここでの議論では、著者が大学生の頃に専門書で読んだ電位の説明との比較をしている。

文献16では、反対ベクトル——逆ベクトルとも呼ぶ。——の説明を付録で与えた。文献16では、速度の定義を与えてある。著者が、アインシュタインの特殊相対性理論の速度の変換について説明をしたものが文献16である。

本書では‘誤り’がないことを保証はしない。本書の校正の作業は今後も行う予定である。本書の‘誤り’が見つかった際には不定期に改訂を行い発行する予定である。

目次

1. まえがき	1
目次	5
2. 電圧 (voltage)	6
3. 起電力 (electromotive force / emf)	11
4. 電流 (electric current/ current)	16
5. 電気量の保存 (conservation of electric charge)	45
6. 電気抵抗 (electric resistance)	50
7. オームの法則 (ohm's law)	61
8. インダクタンス (inductance)	64
9. 回路素子 (circuit element)	97
10. 回路解析 (circuit analysis)	103
11. あとがき	119
付録	121
i. 関数の連続性	121
ii. 関数の不連続となる数	121
iii. 微分可能性 ²⁾ , 19)	121
iv. 回路の線形素子と関数の線形結合について	123
参考文献	131
免責事項	132
著作権	132

2. 電圧 (voltage)

(2.1) は電圧を記述した式である。(2.1) は前回——本書の第4回のことである。——の2章で電位差の定義として示したものである。(2.1) の記述では、電位差および電圧は同じ記述で与えることができる。(2.1) の添え字の a および b は静電場内の位置を意味する。(2.2) が成立する場合は (2.3) になる。

(2.4) が成立する場合は (2.5) になる。(2.3) では位置 a の電位が位置 b の電位より小さいことを記述している。(2.5) では位置 b の電位が位置 a の電位より小さいことを記述している。

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a \dots (2.1)$$

$$\Delta V_{ab} > 0 \dots (2.2)$$

$$V_b > V_a \dots (2.3)$$

$$\Delta V_{ab} < 0 \dots (2.4)$$

$$V_b < V_a \dots (2.5)$$

静電的ポテンシャルエネルギー (2.6) は電位の定義式——本書の第3回で説明した。——を使用して導出できる。(2.6) の電気量は (2.7) を満足するものとする。(2.6) の右辺の (2.8) は電位である。関数 (2.6) の定義域 \mathbf{E} は実数の区間とする。また、(2.6) の値域は実数の区間とする。

$$U_i(V) = q_i \times V, (V \in \mathbf{E}) \dots (2.6)$$

$$q_i > 0 \dots (2.7)$$

$$V \dots (2.8)$$

(2.9) の極限值が存在することを仮定する。(2.9) の右辺の関数 U_i は (2.6) の静電的ポテンシャルエネルギーである。(2.6) の微分は (2.10) で記述できる。(2.6) および (2.9) を使用して、(2.10) の右辺の (2.11) を記述できる。(2.11) を (2.10) の右辺に代入すると (2.12) になる。(2.9) から関数 (2.6) は、(2.6) の定義域 \mathbf{E} 内の (2.9) が存在する区間内のすべての数で連続である。

関数の連続性および不連続となる数については付録 i および ii で説明している。また、関数の微分可能については付録 iii で説明した。

$$U_i'(V) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{U_i(V+h) - U_i(V)}{h} \dots (2.9)$$

$$dU_i(V) = U_i'(V) dV \dots (2.10)$$

$$U_i'(V) = q_i \dots (2.11)$$

$$dU_i(V) = q_i dV \dots (2.12)$$

(2.13) は電位の定義式を使用して導出できる。静電的ポテンシャルエネルギーは (2.13) で記述できる。(2.13) の電気量は (2.14) を満足するものとする。(2.13) の右辺の (2.15) は電位である。関数 (2.13) の定義域 \mathbf{E} は実数の区間とする。また、(2.13) の値域は実数の区間とする。

$$U_i(q) = V_i \times q, (q \in \mathbf{E}) \dots (2.13)$$

$$q > 0 \dots (2.14)$$

$$V_i \dots (2.15)$$

(2.16) の極限值が存在することを仮定する. (2.16) の右辺の関数 U_i は (2.13) の静電的ポテンシャルエネルギーである. (2.13) の微分は (2.17) で記述できる. (2.13) および (2.16) を使用して, (2.17) の右辺の (2.18) を記述できる. (2.18) を (2.17) の右辺に代入すると (2.19) になる. (2.16) から関数 (2.13) は, (2.13) の定義域 \mathbf{E} 内の (2.16) が存在する区間内のすべての数で連続である.

$$U_i'(q) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{U_i(q+h) - U_i(q)}{h}, (q, q+h \in \mathbf{E}) \dots (2.16)$$

$$dU_i(q) = U_i'(q) dq \dots (2.17)$$

$$U_i'(q) = V_i \dots (2.18)$$

$$dU_i(q) = V_i dq \dots (2.19)$$

(2.20) は静電的ポテンシャルエネルギーの差である. (2.20) の両辺が微分可能であるならば, (2.21) を記述できる.

$$u_{v12}(V) = \Delta U_{12}(V) = U_2(V) - U_1(V) \dots (2.20)$$

$$du_{v12}(V) = dU_2(V) - dU_1(V) \dots (2.21)$$

(2.12) を使用すると, (2.22) および (2.23) が記述できる. (2.22) は電気量 q_1 の静電的ポテンシャルエネルギーである. (2.23) は電気量 q_2 の静電的ポテンシャルエネルギーである. (2.21) に (2.22) および (2.23) を代入すると, (2.24) を記述できる. (2.24) は (2.25) で記述できる. (2.25) は電気量の差, 電位の微分および静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分との関係である. (2.25) は静電場内の同じ位置での静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分であるものとする.

$$dU_1(V) = q_1 dV \dots (2.22)$$

$$dU_2(V) = q_2 dV \dots (2.23)$$

$$du_{v12}(V) = q_2 dV - q_1 dV \dots (2.24)$$

$$du_{v12}(V) = (q_2 - q_1) dV \dots (2.25)$$

(2.25) は, (2.26) が一意に存在することを前提としている. このために, (2.25) および (2.26) を使用すると, (2.27) が記述できる.

$$u'_{v12}(V) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u_{12}(V+h) - u_{12}(V)}{h} \dots (2.26)$$

$$u'_{v12}(V) = q_2 - q_1 \dots (2.27)$$

(2.28) は静電的ポテンシャルエネルギーの差である. (2.28) の両辺が微分可能であるならば, (2.29) を記述できる.

$$u_{q12}(q) = \Delta U_{12}(q) = U_2(q) - U_1(q) \dots (2.28)$$

$$du_{q12}(q) = dU_2(q) - dU_1(q) \dots (2.29)$$

静電的ポテンシャルエネルギーで (2.30) および (2.31) が記述できることは, (2.19) で計算している. (2.30) は静電場内の位置 1 の電位で記述した静電的ポテンシャルエネルギーの微分である.

(2.31) は静電場内の位置 2 の電位で記述した静電的ポテンシャルエネルギーの微分である. (2.30)

および (2.31) を (2.29) の右辺に代入すると (2.32) が記述できる. (2.32) の右辺は, (2.33) の右辺に記述できる. (2.33) の右辺を (2.34) で記述する. (2.34) は電圧, 電気量の微分および静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分との関係である. (2.34) は2つの位置——位置1および位置2のことである. ——での静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分である. ただし, (2.34) では (2.35) を満足するものとする. (2.35) は電圧の式である. 電位差 (2.35) は (2.30) および (2.31) の右辺の電位である. これらの電位は定数であるので電位差 (2.35) は定数になる.

$$dU_1(q) = V_1 dq \dots (2.30)$$

$$dU_2(q) = V_2 dq \dots (2.31)$$

$$du_{q12}(q) = dU_2(q) - dU_1(q) = V_2 dq - V_1 dq \dots (2.32)$$

$$du_{q12}(q) = (V_2 - V_1) dq \dots (2.33)$$

$$du_{q12}(q) = \Delta V_{12} dq \dots (2.34)$$

$$\Delta V_{12} = V_2 - V_1 \dots (2.35)$$

(2.34) では, (2.36) が一意に存在することを前提としている. このために, (2.34) および (2.36) を使用すると, (2.37) を記述できる. 一方, (2.34) を使用すると (2.38) を記述できる. そして, (2.37) および (2.38) を使用すると, (2.39) を記述できる.

$$u'_{q12}(q) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u_{q12}(q+h) - u_{q12}(q)}{h} \dots (2.36)$$

$$u'_{q12}(q) = \Delta V_{12} \dots (2.37)$$

$$\frac{du_{q12}(q)}{dq} = \Delta V_{12}, (dq \neq 0) \dots (2.38)$$

$$\frac{du_{q12}(q)}{dq} = u'_{q12}(q), (dq \neq 0) \dots (2.39)$$

本書の第4回での電位差の定義——第4回では (2.1) の番号を与えた. ——を使用して正の点電荷の移動を考える. この議論では静電場内の点電荷が静電気力に抗しないで移動するものと仮定する. そして, その点電荷には静電気力のみが作用しているものとする.

(2.28) および (2.35) を使用して, (2.40) で電圧を記述する. (2.40) の左辺および右辺を使用して (2.41) を記述する. ただし, (2.41) の符号を仮定する. (2.41) の符号が成立する場合は (2.41) の右辺の静電的ポテンシャルエネルギーの変化量の符号は (2.42) になる.

$$\Delta V_{12} = V_2 - V_1 = \frac{U_2(q)}{q} - \frac{U_1(q)}{q} = \frac{U_2(q) - U_1(q)}{q}, (q > 0) \dots (2.40)$$

$$\Delta V_{12} = \frac{\Delta U_{12}(q)}{q} > 0 \dots (2.41)$$

$$\Delta U_{12} > 0 \dots (2.42)$$

本書の第1回の (3.4) を使用して (2.43) を記述する. (2.43) の右辺の仕事量を (2.44) で記述する.

(2.44) では位置1に対応する点を P_1 として, 位置2に対応する点を P_2 としている. (2.44) は静電気力

(2.45) が作用している正の点電荷が位置 1 から位置 2 まで移動したものと仮定した場合の仕事量の式である。(2.45) の右辺の静電場内の電位で (2.35) の左辺の電圧を (2.41) で記述したものとする。

$$\Delta U_{12} = -W_{12} > 0 \dots (2.43)$$

$$W_{12} = \int_{p_1}^{p_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} < 0 \dots (2.44)$$

$$\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E} \dots (2.45)$$

(2.43) の符号を使用すると (2.44) の符号になる。(2.44) の符号では静電気力 (2.45) の向きは正の点電荷の移動方向とは逆になる——(2.44) の内積の余弦が負になる方向の意味である。——ものと解釈できる。

しかし、この議論では静電場を起因とする静電気力のみが作用している正の点電荷が静電気力に抗さずに移動する。このことから、その正の点電荷に作用している静電気力のなす仕事量の内積の余弦が正になる。このことで、(2.44) では正の点電荷の位置 2 から位置 1 までの移動を考える。この式は次のように記述できる。(2.44) の右辺は (2.46) の右辺に書き直せる。(2.46) を使用して (2.47) を記述する。(2.47) の左辺は (2.43) の左辺——静電的ポテンシャルエネルギーである。——に等しい。(2.47) の符号は正であるので、正の点電荷に作用している静電気力 (2.45) の向きはその正の点電荷の移動方向に等しい。

(2.47) の積分区間では位置 2 から 1 までの移動を仮定している。

$$W_{12} = -\int_{p_2}^{p_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} < 0 \dots (2.46)$$

$$-W_{12} = \int_{p_2}^{p_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} > 0 \dots (2.47)$$

(2.41) の符号を使用すると (2.48) を記述できる。(2.48) では位置 1 の電位は位置 2 の電位よりも低い。(2.47) および (2.48) を使用すると、(2.47) の‘正の点電荷は電位の高い位置から電位の低い位置へと移動する’ものと解釈できる。

$$V_2 > V_1 \dots (2.48)$$

(2.41) および (2.47) を使用すると (2.49) を記述できる。(2.49) では正の電圧は、電位の高い位置 2 から位置 2 よりも電位の低い位置 1 へと移動したものと仮定した 1C の正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量の正の値に等しい。ただし、本書での電位差の定義式は本書の第 4 回の (2.1) の番号を与えた式である。その本書の電位差の定義では正の点電荷は移動する必要はなく、静電的ポテンシャルエネルギーおよびその正の電気量で電位差を与えることができる。

$$\Delta V_{12} = \int_{p_2}^{p_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} > 0 \dots (2.49)$$

(2.43) の右辺の全体を仕事量として解釈した場合で (2.49) を記述した。(2.49) は (2.43) で記述した物理現象とは切り離れた形式での記述である。

(2.47) の右辺が成立する場合で、本書の物理理論でその物理現象を記述すると次のようになる。(2.47) の右辺が成立する場合ならば、(2.50) が成立する。(2.50) の右辺の仕事量は (2.51) で記述できる。(2.51) の右辺は (2.47) の右辺に等しい。(2.51) の左辺は (2.47) の左辺の記述とは異なる。(2.47) の左辺は、

位置 1 から位置 2 へ移動する質点に作用する静電気力のなす仕事量に負の符号を付けたものである。

(2.51) の左辺は位置 2 から位置 1 へ移動する質点に作用する静電気力のなす仕事量を記述している。

(2.50) および (2.51) を使用すると電位差 (2.52) を記述できる。電位差 (2.52) の左辺は (2.53) で記述する。電位差 (2.53) から (2.54) を記述できる。(2.50) ~ (2.54) の解釈は第 4 回——第 4 回の番号 (4.49) ~ (4.53) の部分である。——で説明した。

$$\Delta U_{21} = -W_{21} < 0 \dots (2.50)$$

$$W_{21} = \int_{p_2}^{p_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} > 0 \dots (2.51)$$

$$\Delta V_{21} = -\int_{p_2}^{p_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} < 0 \dots (2.52)$$

$$\Delta V_{21} = V_1 - V_2 < 0 \dots (2.53)$$

$$V_1 < V_2 \dots (2.54)$$

(2.43) の右辺の全体を仕事量として解釈した (2.49) の形式的な記述は 2007 年現在までの日本国内の日本語の専門書で指導されている電位差の主な記述である。ただし、そのような指導では、第 1 回の (3.4) を定義してはいないものとする。第 1 回で定義した (3.4) は、そのような指導では導出して使用する方法を採用しているものとして著者は記憶している。文献 17 の 3 章 2 節で、そのひとつについて説明をしてある。一方、(2.50) ~ (2.52) の解釈は本書で採用した理論での記述および物理的解釈である。ここでの記述および解釈の異なる箇所については文献 17 の電位の簡単な入門 2007 Option の 3 章で論じている。

上述では、正の電気量を使用して考察をした。ここで、負の電気量 (2.55) を持った点電荷を仮定する。その仮定で、その負の電気量 (2.55) を持った点電荷の移動方向と電位の関係を考える。(2.51) を負の電気量 (2.55) を使用して (2.56) に記述する。(2.56) を使用すると、電位差 (2.57) を記述できる。電位差 (2.57) は電位差 (2.52) とは逆の符号である。この (2.57) の符号は負の電気量 (2.55) を使用することで、(2.56) から計算できたものである。電位差 (2.57) から電位差 (2.58) を記述できる。電位差 (2.58) から電位 (2.59) を記述できる。仕事量 (2.56) および電位 (2.59) を使用すると、負の電気量を持った点電荷は電位の低い位置 2 から位置 2 よりも電位の高い位置 1 へ移動することになる。

$$q < 0 \dots (2.55)$$

$$W_{21} = \int_{p_2}^{p_1} q \cdot \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} > 0 \dots (2.56)$$

$$\Delta V_{21} = -\int_{p_2}^{p_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} > 0 \dots (2.57)$$

$$\Delta V_{21} = V_1 - V_2 > 0 \dots (2.58)$$

$$V_1 > V_2 \dots (2.59)$$

仕事量 (2.56)、電位差 (2.57) および電位 (2.59) を使用すると、 $-1C$ を持った点電荷は電位の低い位置 2 から位置 2 よりも電位の高い位置 1 へ移動することになる。このことは、既に考察した単位正電荷 $1C$ の電位の移動方向とは逆である。

3. 起電力 (electromotive force / emf)

3章では起電力の定義について説明をする。最初に、起電力でどのような現象を生じさせるものかを説明する。その現象の説明の中では起電力という言葉在未定義のまま使用する。その後、その説明よりも客観的に微分係数を使用して起電力を定義する。

静電場 \mathbf{E}_0 内に在る点電荷には起電力を生じさせる力およびその静電場 \mathbf{E}_0 からの静電気力のみが作用する場合を前提とする。位置 a および位置 b は静電場 \mathbf{E}_0 内の位置とする。このとき、電位差 (2.1) が (2.2) を満足する場合は、(2.52) のように位置 b から位置 a へ正の点電荷が移動するものとする。

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a \cdots (2.1)$$

$$\Delta V_{ab} > 0 \cdots (2.2)$$

今、静電場 \mathbf{E}_0 からの静電気力とは別の力を正の点電荷に作用させるものとする。そして、その力で、その正の点電荷を位置 a から位置 a の電位より高い電位の位置 b に移動させることを考える。この正の点電荷の移動の向きとは‘逆の向き’の静電気力が、その正の点電荷に作用するものとする。ここでの‘逆の向き’とは、移動する正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量の内積が負になることである。もし、位置 b に在る正の点電荷に静電気力のみが作用しているならば位置 b から位置 b の電位よりも低い電位の位置 a に点電荷は移動する。このことで、位置 b から位置 a を通過して位置 b へ戻る正の点電荷の移動の繰り返しを考えることができる。このように低電位の位置 a から高電位の位置 b への点電荷の移動に必要な単位正電荷当りの仕事量を起電力と呼ぶことがある。

また、一般には起電力によって移動していない電気量および移動した正の電気量による新たな静電場 \mathbf{E}_1 が生じることも考える。次に、本書での起電力の定義を示す。

本書の起電力を定義するための仕事量の関数は (3.1) で記述する。(3.1) は連続な関数である。(3.1) の a および b は (3.1) の独立変数の電気量が存在する空間内の位置である。位置 a および位置 b の電位は (3.2) を満足するものとする。また、仕事量 (3.1) の独立変数の電気量は (3.3) を満足する。(3.1) は位置 a から位置 b へ移動する正の電気量 (3.3) をもつ対象に作用する力のなす仕事量である。

(3.1) の定義域および値域は実数の区間とする。一般には、仕事量 (3.1) の独立変数が電気量 (3.3) になっている。このことから仕事量 (3.1) の力は電気量 (3.3) を独立変数とする関数に記述できる。そして、仕事量 (3.1) の力は電気量 (3.3) の点電荷を位置 a から位置 b へ移動させる力である。

$$W_{ab}(q), (q \in \mathbf{E}) \cdots (3.1)$$

$$V_b > V_a \cdots (3.2)$$

$$q > 0 \cdots (3.3)$$

(3.1) を使用して (3.4) の点 q での微分係数を仮定する。本書では、(3.4) を起電力の定義式とする。ただし、3章では、(3.5) でも起電力を記述する。

$$W'_{ab}(q) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{W_{ab}(q+h) - W_{ab}(q)}{h}, (q, q+h \in \mathbf{E}) \cdots (3.4) \text{起電力の定義式}$$

$$\varepsilon_{ab} = W'_{ab}(q) \cdots (3.5)$$

ここで、(3.1) の関数で (3.6) が記述できることを仮定する。(3.6) は点 q で仕事量 (3.1) が微分可能であることを意味する。ただし、(3.6) では q を定数として扱い、h を変数として扱う。(3.6) の右辺

の第二項は (3.7) を満足するものとする.

$$W_{ab}(q+h) - W_{ab}(q) = W'_{ab}(q) \times h + \alpha(q;h) \cdots (3.6)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \alpha(q;h) = 0 \cdots (3.7)$$

(3.6) の両辺に (3.8) のように極限値の計算をする. (3.8) の右辺は (3.9) になる. (3.8) および (3.9) を使用すると, (3.8) の左辺は (3.10) になる. (3.10) は (3.11) に記述できる. (3.11) では, (3.1) が (3.1) の定義域 \mathbf{E} 内の微分係数 (3.4) が存在する区間内の或る点 q で連続であることを示す.

$$\lim_{h \rightarrow 0} (W_{ab}(q+h) - W_{ab}(q)) = \lim_{h \rightarrow 0} W'_{ab}(q) \times h + \lim_{h \rightarrow 0} \alpha(q;h) \cdots (3.8)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} W'_{ab}(q) \times h + \lim_{h \rightarrow 0} \alpha(q;h) = 0 \cdots (3.9)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} (W_{ab}(q+h) - W_{ab}(q)) = 0 \cdots (3.10)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} W_{ab}(q+h) = W_{ab}(q) \cdots (3.11)$$

(3.6) が成立するならば, (3.1) の微分を (3.12) で記述する. 起電力 (3.5) および微分 (3.12) を使用すると (3.13) を記述できる. 微分 (3.13) から (3.14) を記述できる.

$$dW(q) = W'(q) h, (dq = h, q+h \in \mathbf{E}) \cdots (3.12)$$

$$dW_{ab}(q) = \varepsilon_{ab} dq \cdots (3.13)$$

$$\varepsilon_{ab} = \frac{dW_{ab}(q)}{dq}, (dq \neq 0) \cdots (3.14)$$

本書で採用した微分法論では, 微分 (3.12) は微分係数 (3.4) が存在するだけでは定義しない. 微分 (3.12) は (3.6) も使用して定義するものとする. 著者の経験では, 一般には, (3.4) よりも (3.14) で起電力を記述する場合が多いものと 2007 年現在は考えられる. しかし, 微分法の論の展開から (3.14) よりも (3.4) の記述の方が計算の意味を理解し易いものと著者が判断した. このために, 本書では (3.4) を起電力の定義式とした.

(3.4) および (3.14) では, 仕事量 (3.1) が点 q で連続であることは保証している. また, (3.4) および (3.14) では, 起電力 (3.4) および (3.14) が点 q で連続であることを保証していない. しかし, 多くの問題では起電力 (3.4) および (3.14) が存在する区間内の点 q で連続であることを前提としている.

区間 (3.15) 内のすべての点 q で, 起電力 (3.14) が連続な関数かつ有界の場合は仕事量 (3.16) が成立する. 区間 (3.15) 内では, (3.16) の左辺は (3.14) の原始関数である. ただし, 仕事量 (3.16) の右辺では (3.17) が成立するものとする.

$$[\alpha, \beta], (\alpha > 0) \cdots (3.15)$$

$$W_{ab}(q) = \int_{\alpha}^q \varepsilon_{ab} dq + C, (C = \text{const.}) \cdots (3.16)$$

$$0 < \alpha \leq q \leq \beta \dots (3.17)$$

電気量の微分を (2.34) の右辺および (3.13) の右辺で記述した. (2.34) では静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分を記述する際に, 正の電気量の微分を記述した. (3.13) では (3.1) の仕事量の微分を記述する際に, 正の電気量の微分を記述した. (2.34) および (3.13) では, 2つの位置に於ける ‘静電的ポテンシャルエネルギーの差’ および ‘仕事量’ の微分の式である. そして, (2.34) では (2.38) で電圧を記述した. また, (3.13) では (3.14) で起電力を記述した.

$$du_{q_{12}}(q) = \Delta V_{12} dq \dots (2.34)$$

$$\frac{du_{q_{12}}(q)}{dq} = \Delta V_{12}, (dq \neq 0) \dots (2.38)$$

(3.18) を仮定する. (3.18) の起電力は定数である. (3.18) の場合で (3.16) を計算すると仕事量 (3.19) になる. (3.19) の定数は (3.20) を満足するものとする. (3.18) ~ (3.20) を使用すると, (3.19) は (3.21) になる. 仕事量 (3.21) は起電力 (3.22) に書き直せる.

$$\varepsilon_{ab} = \text{const} \dots (3.18)$$

$$W_{ab}(q) = \varepsilon_{ab} \times q - \varepsilon_{ab} \times \alpha + C, (C = \text{const}) \dots (3.19)$$

$$C = \varepsilon_{ab} \times \alpha \dots (3.20)$$

$$W_{ab}(q) = \varepsilon_{ab} \times q \dots (3.21)$$

$$\varepsilon_{ab} = \frac{W_{ab}(q)}{q} \dots (3.22)$$

起電力 (3.22) で, (3.23) を仮定する. この場合には, (3.22) は (3.24) のように記述することで, 起電力が時間の関数になる. ただし, 起電力 (3.24) では (3.25) の合成関数が存在することを仮定する.

$$q(t) > 0 \dots (3.23)$$

$$\varepsilon_{ab} = \frac{W_{ab}(q)}{q} = \frac{(W_{ab} \circ q)(t)}{q(t)} = e(t) \dots (3.24)$$

$$(W_{ab} \circ q)(t) \dots (3.25)$$

起電力 (3.24) では, 起電力が時間の関数の場合で (3.18) が成立する. このことは, 時間に対して定数となる起電力を意味する.

次に, (3.21) のように起電力と電気量の関係を示す場合で, 起電力と電圧との関係を考察する. その考察での起電力になる積分の記述は, 静電場ベクトルと点電荷の変位ベクトルとの線積分で示した第4回の4章での電位差の記述と同じである. そのような起電力の線積分の記述では電位差の線積分の記述とは区別がつかないことを示す. このようなことからでも, 第4回の4章で示した静電場ベクトルと点電荷の変位ベクトルとの線積分で電位差を定義することは不適切であるものと2007年現在の著者は考える. 著者の学生時代に読んだ電磁気学の日本語の専門書では, 電位差の定義を使用して電位を与えている理論が指導されていた. そのような理論には, 電位差の線積分を使用して, 電位の線積分を記述しているものがある. その電位差の線積分では基準となる点の電位を零に対応させることができる. 基準の電位を零にした場合での電位の線積分でも起電力とは区別を付けることができない記述が可能である. このことでは,

そのような線積分で定義した電位および電位差で起電力と区別ができなくなることに對して2007年現在の著者は不適切であるものと考えている。ここで触れた電位および電位差の線積分については、文献17である本書のOptionで具体的な各理論との比較をしている。起電力を記述することは静電場を明示的に使用しなくても可能である。このことは8章で具体的に説明している。3章の次の考察では、静電場を明示的に記述して起電力を計算する。

起電力で正の点電荷を移動させる際に、(3.26)をその点電荷に作用する力とする。ここでは、位置aおよび位置bの2つの位置を考える。位置aの電位を V_a とする。位置bの電位を V_b とする。これらの電位の関係は(3.27)を満足するものとする。この場合には、仕事量の関数(3.1)は(3.28)で記述できる。仕事量(3.28)には(3.29)を記述した。ただし、仕事量(3.28)の(3.29)は(3.26)が作用している正の点電荷の移動した変位ベクトルである。

$$\mathbf{F}_e \dots (3.26)$$

$$V_b > V_a \dots (3.27) \text{電位の高低の不等式}$$

$$W_{ab} = \int_a^b \mathbf{F}_e \cdot d\mathbf{s} \dots (3.28)$$

$$d\mathbf{s} \dots (3.29)$$

(3.30)の静電気力を仮定する。ただし、(3.30)の電気量は(3.31)を満足する。また、(3.32)は静電気力(3.30)を生じさせる静電場を意味する。

$$\mathbf{F} = q \times \mathbf{E} \dots (3.30)$$

$$q > 0 \dots (3.31)$$

$$\mathbf{E} \dots (3.32)$$

(3.30)を使用して、(3.26)が(3.33)で記述できる場合を仮定する。(3.33)の左辺は起電力を記述する力(3.26)——外力として考察できる。——である。一方、(3.33)の右辺の(3.30)は起電力を記述できる——正の点電荷に作用する——外力ではない。しかし、起電力を記述できる外力が(3.33)のベクトルの記述になる場合を仮定した。

$$\mathbf{F}_e = -\mathbf{F} \dots (3.33)$$

(3.26)が作用している正の点電荷(3.31)が、位置aから位置bまで移動する際の(3.33)のなす仕事量を計算する。この(3.33)のなす仕事量は、(3.28)に(3.33)を代入すると仕事量(3.34)になる。(3.33)のなす仕事量(3.34)の左辺および右辺を使用して(3.35)に記述できる。起電力(3.14)および仕事量(3.35)を使用すると、(3.36)を導出できる。(3.36)は起電力を記述した式である。

$$W_{ab} = \int_a^b (-q \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{s} = -q \times \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \dots (3.34)$$

$$W_{ab} = -q \times \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \dots (3.35) \text{仕事量}$$

$$\varepsilon_{ab} = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \dots (3.36) \text{起電力}$$

起電力(3.36)の右辺は電位差の線積分と同じ記述として扱える。次に、起電力(3.36)を電圧として

記述できることを示す. 起電力 (3.36) は (3.37) に記述できる. 積分論では, (3.37) の右辺の括弧内は (3.38) の右辺の括弧内のように記述できる. 起電力 (3.38) の右辺は (3.39) の右辺のように書き直すことができる.

$$\varepsilon_{ab} = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\left(\int_{\infty}^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + \int_a^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}\right) \dots (3.37)$$

$$\varepsilon_{ab} = -\left(\int_{\infty}^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} - \int_{\infty}^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}\right) \dots (3.38)$$

$$\varepsilon_{ab} = -\int_{\infty}^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} - \left(-\int_{\infty}^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}\right) \dots (3.39)$$

本書の第3回の電位 (3.5) を使用すると (3.40) および (3.41) を電位として記述できる. 電位 (3.40) および電位 (3.41) を起電力 (3.39) に代入すると (3.42) になる. 電位の高低の不等式 (3.27) を使用すると, 起電力 (3.42) の符号は (3.43) で記述できる. (3.42) では, 起電力 (3.36) の値が位置 a に対応する電位および位置 b に対応する電位で決まる電圧の値に等しい.

$$V_b = -\int_{\infty}^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \dots (3.40) \text{位置 } b \text{ の電位}$$

$$V_a = -\int_{\infty}^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \dots (3.41) \text{位置 } a \text{ の電位}$$

$$\varepsilon_{ab} = V_b - V_a \dots (3.42)$$

$$\varepsilon_{ab} = V_b - V_a > 0 \dots (3.43)$$

仕事量 (3.35) で起電力 (3.4) の計算をすると (3.36) になった. 起電力 (3.36) の値は, (3.44) の電気量を持つ点電荷に作用する力 (3.33) のなす仕事量の値に等しいものと解釈できる. (2.52) のような線積分で計算する電位差の値は, 1C の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量に負号を付けて静電学的ポテンシャルエネルギーの変化量の値に等しいものと解釈できる. このように解釈できるのは, 本書の指導上のことである. 1990年代に著者が読んだ電磁気学の指導には, 電位および電位差の値を (3.45) のような線積分で記述する仕事量の値に等しいとするものがある. このような指導では, 起電力 (3.36) の右辺と電位差 (3.45) の右辺との物理現象の解釈が同じになるものも著者は読んでいる. 電磁気学の各理論で, 電位差および起電力の解釈が異なるか一致するかはそれぞれの理論での電位差の定義および起電力の定義に依存する.

$$W'_{ab}(q) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{W_{ab}(q+h) - W_{ab}(q)}{h}, (q, q+h \in \mathbf{E}) \dots (3.4)$$

$$q = 1\text{C} \dots (3.44)$$

$$\Delta V_{21} = -\int_{p_2}^{p_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} < 0 \dots (2.52)$$

$$\Delta V_{21} = -\int_{p_2}^{p_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \dots (3.45)$$

起電力 (3.36) の右辺は (3.43) に記述できた. (3.36) の右辺で電位差を定義してしまうと起電力 (3.36)

とは区別がつかないことは明らかである。このような電位差の定義では、起電力と電位差の区別を与えることができない。電磁気学および電気回路論の理論構築の上では、電位差の定義および起電力の定義で起電力と電位差の区別ができることを2007年現在の著者は要請する。本書では電位差の定義(2.1)は起電力の定義(3.4)とは明確に異なることを示している。電位差(2.1)を仕事量の値に等しいものとは定義していない。

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a \dots (2.1)$$

4. 電流 (electric current/ current)

本書の第4回では、導体内では静電場は零でありかつ導体の各点の電位は等しいものとした。導体の各点の電位差は零であるので導体内での点電荷の移動が無いことを考えることができる。しかし、導線に外部からの起電力を与えることで、その導線内に電場および電位差を生じさせてその導線内の一部の点電荷が移動できるようになる。ただし、導線を導体としている。

一般には、電流を電気量の移動として考える。図4.1では正の電気量が左から右へ移動している場合である。図4.1での正の電気量の移動する方向は同じ方向で統一できるものと仮定する。図4.1には電気量の移動する方向に対して直交断面積を示している。図4.1の正の電気量は、この直交断面積を通過する。図4.1では、この正の電気量の移動を単位時間当たりに移動した正味の正の電気量として、電流 i_1 を考える。多くの文献では、電流は記号 i あるいは I で示している。特に断りが無ければ、本章でも同様に電流を示す。直交断面積を通過する電気量は、電流の定義を与える際に定めた電気量を使用する。この電気量の符号は、電流の向きに関係して決まる。2007年現在の著者の見識では、一般の電気回路論の専門書では電流の正の方向は、正の電気量の移動方向としている。特に断らない場合は、本書でも同様に電流の正の方向を定める。電気量および電流の定義は後で説明する。

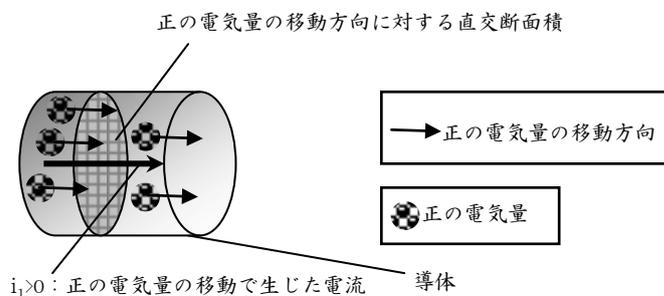


図4.1 導体内での正の電気量の移動および電流

図4.2では負の電気量が右から左へ移動している場合である。図4.2では、負の電気量の移動する方向は統一できるものとする。図4.2には負の電気量の移動する方向に対して直交断面積を示している。図4.2の負の電気量は、この直交断面積を通過する。図4.2では、この負の電気量の移動を単位時間当たりに移動した正味の負の電気量として、電流 i_2 を考える。

負の電気量の移動方向は、正の電気量の移動方向とは逆向きであるものとする。一般的には、負の電気量が移動する場合は、正の電気量の移動方向を仮定して“正の電気量”の電流が生じているものと扱うことが多い。本書でも、同様とする。このことから、負の電気量の移動を記述した“負の電気量”の電流は“正の電気量”の電流とは同じ符号になるものとする。そして、一般的な導線内での電子の移動は、

負の電氣量が移動しているものと扱う。このために、導線に生じている電流の向きと電子の移動方向とは逆向きとなる。

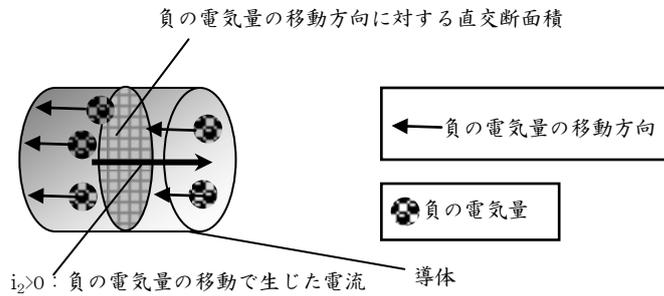


図 4.2 導体内での負の電氣量の移動および電流

図 4.3 では正の電氣量が図 4.1 の正の電氣量とは逆の向き——右から左向きに移動している。——に移動している。図 4.1 での電流 i_1 の正の方向を正の符号に対応させると、図 4.1 での電流 i_1 の負の符号は図 4.3 での“正の電氣量”の電流 i_3 の示す正の方向を意味する。ただし、図 4.1 の i_1 および図 4.3 の i_3 でも“正の電氣量”の移動方向がそれぞれの電氣量の電流 i_1 および i_3 の持つ正の符号の方向となる。一方、図 4.3 での正の電氣量の移動方向と図 4.2 での負の電氣量の移動方向は等しい。このことから、図 4.2 の場合は、図 4.1 の電流 i_1 の正の向きを図 4.2 の電流 i_2 の正の向きに対応させることができる。

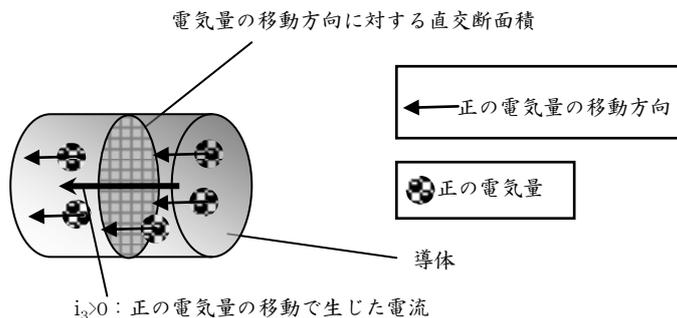


図 4.3 導体内の電流の符号

図 4.4 で導線内に生じる電流を説明する。時刻を独立変数とする電氣量の関数を (4.1) とする。(4.1) の時刻 t および電氣量 q は実数とする。(4.1) は導線内の或る直交断面積を或る時間内——“時”の長さのこと。——に通過した正味の電氣量である。

ただし、本書では或る同じ時間内で、正の値の電流での正味の電氣量の微分——このような微分は $dq(t)$ と記述する。——は負の値の電流での正味の電氣量の微分とは異なる符号になるものとする。この符号を含めた正味の電氣量の計算方法を‘正味の電氣量の微分’および‘電流’を使用して次のような理解の助けとするための便宜的な解釈を考える。或る電流に於いて、導線内の或る直交断面積を或る時間内に通過したものと扱う正の電氣量の総和を、その電流での‘正味の電氣量’として考える。具体的な式は後で——(4.2) 以降で示した。——与える。また、ここでの直交断面積は正の電氣量の移動方向に対する直交断面積である。ここでは、(4.1) が連続な関数であることを仮定する。このような正味の電氣量 (4.1) の符号はクーロンの法則で使用した電氣量の符号とは意味が異なる。

$$q(t), (t \in \mathbf{E}) \dots (4.1)$$

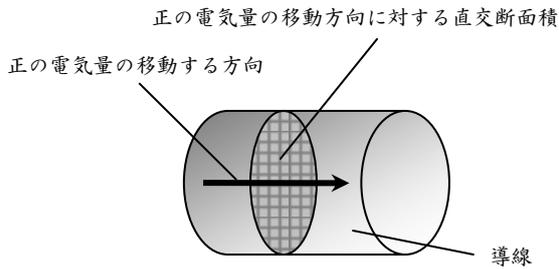


図 4.4 導線内の電流の定義

正味の電気量 (4.1) の微分を (4.2) で記述する. (4.2) の右辺の h は時間——“時刻”ではなく, “時”の長さのこと. ——を意味する. (4.2) では微分係数 (4.3) を仮定する. 本書では, (4.3) を導線での電流の定義とする. (4.2) および (4.3) には (4.4) の関係があるものとする. 或る時刻 t の近傍の電流 (4.3) に於ける導線内の或る直交断面積を或る時間 h 内に通過した正味の電気量は (4.2) とする. (4.2) および (4.4) を使用すると, (4.3) では, 導線内の或る直交断面積を或る時間 h 内に通過した単位時間当たりの正味の電気量が電流であることがわかる. (4.2) および (4.3) の或る時刻 t とは, (4.3) が存在する (4.1) の定義区間内での任意の時刻 t となる. 本書では, 時刻 t に対応して定数として定まる電流 (4.3) が存在することを前提にして, (4.2) のように正味の電気量を考えることになる. 同じ時間 h を使用しても, (4.2) の右辺での電流の値が異なると (4.2) の左辺の正味の電気量となる値 $dq(t)$ は異なる.

$$dq(t) \equiv i(t) \times h \dots (4.2)$$

$$q'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{q(t+h) - q(t)}{h}, (t, t+h \in \mathbf{E}) \dots (4.3)$$

$$i(t) = q'(t) \dots (4.4)$$

正味の電気量 (4.1) が定数の場合では電流 (4.3) は零になる. そして, 電流 (4.4) が零であるので正味の電気量の微分 (4.2) は零になる.

時刻の微分 (4.5) の左辺で (4.2) の右辺の時間 h を記述できるものとする. 時刻の微分 (4.5) の左辺は, (4.1) の独立変数の微分である.

$$dt \equiv h \dots (4.5)$$

(4.3) ~ (4.5) を使用すると, (4.2) を (4.6) で記述できる. (4.6) の左辺は, 或る時刻 t を始点とする時間 (4.5) で与える——或る時刻 t の近傍で計算する—— (4.1) の微分となる電気量である.

$$dq(t) = i(t) \times dt \dots (4.6)$$

この或る時刻 t は, (4.3) の左辺が ‘導関数’ の場合には (4.3) が存在する (4.1) の定義区間内での任意の時刻 t となる. ただし, 2007年現在の著者は, その場合でも ‘導関数’ という言葉は使用しない立場を一般には採用する.

正味の電気量の微分 (4.2) の左辺は電流 (4.3) および時間 (4.5) で定義したことになる. ただし, 時刻 t の電流を定数として, 時刻 t の微分 (4.5) を独立変数とする関数が正味の電気量の微分 (4.6) になるものとする. この場合では, 時刻 t は定数として扱い, 時間 h を変数として扱うものとする.

(4.6) で時間 (4.7) が成立するならば (4.8) を記述できる. 2007年現在の著者の記憶では, 電気回路論の多くの専門書の電流は (4.8) で定義している. 本書でも, 特に断らない限りは (4.8) の電流を使用する. ただし, 導線での電流の定義は (4.3) で与える. 本書の第5回で使用した微分法の理論では (4.3) の右辺は (4.8) の右辺とは定義式としては異なるものになる.

$$dt \neq 0 \dots (4.7)$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \dots (4.8)$$

電流 (4.8) を区間 (4.9) 内のすべての点 t で連続な関数と仮定する. このために, (4.8) の右辺の正味の電気量 $q(t)$ は区間 (4.9) 内のすべての点 t で連続になる. 電流 (4.8) を使用して正味の電気量 (4.10) を記述できる.

$$[a, b] \dots (4.9)$$

$$q(t) = \int_a^t i(t) \times dt + C, (C = \text{const.}) \dots (4.10)$$

正味の電気量 (4.10) では, 電流 (4.3) および初期条件 $q(a)$ から正味の電気量 (4.1) が決定する. (4.10) の右辺の第一項では電流を使用して, その定積分の値となる極限值を仮定している. ここでは, その電流は区間 (4.9) 内のすべての点 t で極限值 (4.3) となる定数に定まる. そして, (4.10) の右辺の第二項に記述してある定数 C を決定することで正味の電気量 (4.10) の左辺は一意に決定する. (4.10) では, 初期条件 $q(a)$ から定数 $C = q(a)$ を定めることができる. (4.2) でも 電流 (4.3) を仮定して, 正味の電気量となる正味の電気量の微分 (4.2) を定義した. (4.2) および (4.10) では, 電流 (4.3) で与える正味の電気量を記述した.

正味の電気量 (4.10) を使用して正味の電気量 (4.1) の符号について考察する. ここでは, 区間 (4.11) 内での正味の電気量 (4.1) について考える.

$$[a, b] \dots (4.11)$$

(4.12) の電流の関数を仮定する. 電流 (4.12) は有界な関数であるものと仮定する. 電流 (4.12) では (4.13) が記述できるものとする. (4.13) の右辺で積分をする区間内では (4.12) の関数は連続な関数である. (4.13) の積分区間は (4.14) を満足する.

$$i_1(t) = \frac{dq_1(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (4.12)$$

$$q_1(t) = \int_a^t i_1(t) \times dt + C, (C = \text{const.}) \dots (4.13)$$

$$a \leq t \leq t_0, (t_0 < b, t_0 \neq a) \dots (4.14)$$

正味の電気量 (4.13) で (4.15) を満足する場合は正味の電気量 (4.16) を記述できる. 正味の電気量 (4.16) から定数となる正味の電気量 (4.17) を記述できることを仮定する. ただし, 正味の電気量 (4.17) で 0 以上の値であることを仮定する.

$$t = a \dots (4.15)$$

$$q_1(a) = \int_a^a i_1(t) \times dt + C \dots (4.16)$$

$$q_1(a) = C \geq 0 \dots (4.17)$$

(4.17) を (4.13) の右辺の第二項に代入すると (4.18) になる. (4.18) を使用すると (4.19) になる.

$$q_1(t) = \int_a^t i_1(t) \times dt + q_1(a) \dots (4.18)$$

$$q_1(t) - q_1(a) = \int_a^t i_1(t) \times dt \dots (4.19)$$

(4.19) で (4.20) を満足するものとする. (4.19) および (4.20) から (4.21) を記述できる. (4.21) の右辺が (4.22) で記述できるものとする. (4.22) から (4.23) が記述できる. この場合は, (4.21) および (4.23) から (4.24) が成立する. ただし, (4.22) の括弧内では Riemann 積分を Stieltjes 積分として記述したことになる.

$$t = t_0 (\neq a) \dots (4.20)$$

$$q_1(t_0) - q_1(a) = \int_a^{t_0} i_1(t) \times dt \dots (4.21)$$

$$\Delta q_1 = \int_a^{t_0} i_1(t) \times dt, \left(\text{Stieltjes 積分が成立するならば } \int_a^{t_0} i_1(t) \times dt = \int_a^{t_0} dq_1(t) \right) \dots (4.22)$$

$$\Delta q_1 = \int_{q_1(a)}^{q_1(t_0)} dq_1 \dots (4.23)$$

$$\Delta q_1 = q_1(t_0) - q_1(a) \dots (4.24)$$

ここで, (4.12) の右辺を (4.25) の左辺で記述する. さらに, (4.25) のように電流の符号を仮定する.

(4.25) は (4.26) の (4.27) の近傍で成立するものと仮定する. 平均値の定理を使用すると, (4.28) を記述できる. (4.25) および (4.26) を使用すると, (4.28) の左辺の符号は (4.29) になる. (4.24) および (4.29) を使用すると, (4.30) を記述できる. (4.17) および (4.30) を使用すると, (4.31) を記述できる. (4.31) で, (4.32) が成立するならば (4.33) になる. (4.25), (4.31) および (4.33) を使用すると, 区間 (4.34) では 0 以上の値になる (4.18) の左辺の値が非減少することがわかる.

$$q_1'(t) = \frac{dq_1(t)}{dt} > 0 \dots (4.25)$$

$$a < t_\tau < t_0 \dots (4.26)$$

$$t_\tau \dots (4.27)$$

$$q_1(t_0) - q_1(a) = (t_0 - a) \times q_1'(t_\tau) \dots (4.28)$$

$$q_1(t_0) - q_1(a) = (t_0 - a) \times q_1'(t_\tau) > 0 \dots (4.29)$$

$$\Delta q_1 = q_1(t_0) - q_1(a) > 0 \dots (4.30)$$

$$q_1(t_0) > q_1(a) \geq 0 \dots (4.31)$$

$$q_1(a) = 0 \dots (4.32)$$

$$\Delta q = q_1(t_0) > 0 \dots (4.33)$$

$$[a, t_0] \cdots (4.34)$$

区間 (4.35) で電流 (4.36) を定義—— (4.35) を (4.36) の定義区間とする。——する。区間 (4.35) 内のすべての点で電流 (4.36) を連続な関数として仮定する。また、電流 (4.36) は有界な関数であるものと仮定する。電流 (4.12) および (4.36) の関係は (4.37) を満足するものと仮定する。電流 (4.12) が正の値をとるならば、電流 (4.36) の左辺は負の値になる。

$$[t_0, b] \cdots (4.35)$$

$$i_2(t) = \frac{dq_2(t)}{dt}, (dt \neq 0) \cdots (4.36)$$

$$i_2(t) = -i_1(t) \cdots (4.37)$$

電流 (4.37) の右辺に電流 (4.12) を代入すると電流 (4.38) になる。電流 (4.38) の左辺に電流 (4.36) を代入すると電流 (4.39) になる。電流 (4.39) から微分 (4.40) になる。微分 (4.40) では、左辺での正味の電気量の微分が正の符号の場合は、右辺での正味の電気量の微分は負の符号をもつ。電流 (4.39) の右辺は電流 (4.41) の右辺に記述できる。微分係数 (4.41) から正味の電気量 (4.42) を記述できる。正味の電気量 (4.42) では、左辺での正味の電気量の符号が正の場合は、右辺での正味の電気量の符号は負になる。ただし、(4.42) になるように初期条件を与えて、正味の電気量 (4.43) を仮定する。

$$i_2(t) = -\frac{dq_1(t)}{dt} \cdots (4.38)$$

$$\frac{dq_2(t)}{dt} = -\frac{dq_1(t)}{dt} \cdots (4.39)$$

$$dq_2(t) = -dq_1(t) \cdots (4.40)$$

$$\frac{dq_2(t)}{dt} = \frac{d(-q_1(t))}{dt} \cdots (4.41)$$

$$q_2(t) = -q_1(t) \cdots (4.42)$$

$$q_2(t_0) = -q_1(t_0) \cdots (4.43)$$

(4.44) では、積分 (4.45) を記述できるものと仮定する。電流 (4.36) を使用すると積分 (4.45) の右辺は積分 (4.46) になる。(4.24) と同様に、積分 (4.46) の右辺は (4.47) になる。

$$t_0 < t_1 \leq b \cdots (4.44)$$

$$\Delta q_2 = \int_{t_0}^{t_1} i_2(t) \times dt \cdots (4.45)$$

$$\Delta q_2 = \int_{q_2(t_0)}^{q_2(t_1)} dq_2 \cdots (4.46)$$

$$\Delta q_2 = q_2(t_1) - q_2(t_0) \cdots (4.47)$$

電流 (4.36) の右辺を電流 (4.48) の左辺で記述する。電流 (4.36) の符号は (4.48) になるものと仮定する。電流 (4.39) および電流 (4.48) を使用すると、電流 (4.49) になる。電流 (4.48) および電流 (4.49) は (4.50) の (4.51) の近傍で成立するものと仮定する。

$$q_2'(t) = \frac{dq_2(t)}{dt} > 0 \cdots (4.48)$$

$$q_1'(t) = \frac{dq_1(t)}{dt} < 0 \dots (4.49)$$

$$t_0 < t_k < t_1 \dots (4.50)$$

$$t_k \dots (4.51)$$

平均値の定理を使用すると, (4.52) および (4.53) を記述できる. 電流 (4.48) および (4.50) を使用すると, (4.52) の左辺の符号は (4.54) になる. 同様に, 電流 (4.49) および (4.50) を使用すると, (4.53) の符号は (4.55) になる.

$$q_2(t_1) - q_2(t_0) = (t_1 - t_0) \times q_2'(t_k) \dots (4.52)$$

$$q_1(t_1) - q_1(t_0) = (t_1 - t_0) \times q_1'(t_k) \dots (4.53)$$

$$q_2(t_1) - q_2(t_0) = (t_1 - t_0) \times q_2'(t_k) > 0 \dots (4.54)$$

$$q_1(t_1) - q_1(t_0) = (t_1 - t_0) \times q_1'(t_k) < 0 \dots (4.55)$$

(4.47) および (4.54) を使用すると, (4.56) を記述できる. 微分 (4.40) および (4.55) を使用すると, (4.57) を記述できる.

$$\Delta q_2 = q_2(t_1) - q_2(t_0) > 0 \dots (4.56)$$

$$\Delta q_1 = q_1(t_1) - q_1(t_0) < 0, \left(\Delta q_1 = \int_{t_0}^{t_1} dq_1 \right) \dots (4.57)$$

(4.56) では正味の電気量 (4.58) になる. 電流 (4.48), (4.50) および正味の電気量 (4.58) を使用すると, (4.42) の左辺の値は区間 (4.59) で非減少することがわかる. (4.57) では正味の電気量 (4.60) になる. 電流 (4.49), (4.50) および (4.60) を使用すると, (4.42) の右辺に記述した正味の電気量 (4.61) の値は区間 (4.59) で非増加することがわかる. 正味の電気量 (4.42) では, 正味の電気量 (4.62) が成立するならば正味の電気量 (4.63) が成立する.

$$q_2(t_1) > q_2(t_0) \dots (4.58)$$

$$[t_0, t_1] \dots (4.59)$$

$$q_1(t_1) < q_1(t_0) \dots (4.60)$$

$$q_1(t) \dots (4.61)$$

$$q_2(t_1) > 0 \dots (4.62)$$

$$q_1(t_1) < 0 \dots (4.63)$$

電流 (4.64) は有界で連続な関数であるものと仮定する. 電流 (4.64) での電流の負の符号について (4.58) ~ (4.63) を使用してまとめる. 電流 (4.65) を満足するならば正味の電気量 (4.66) の値の減少を意味する. 正味の電気量 (4.66) の値が電流 (4.65) のように減少し続けると, 正味の電気量は (4.67) のように負の符号になる場合もある. 正味の電気量の符号は初期条件にもよることは (4.10) から明らかである. 電流 (4.64) が正になる方向とは逆向きに正の電気量の移動を考えることで, 正味の電気量の減少 (4.65) を記述できる. この正の電気量は電流 (4.64) の右辺に記述した正味の電気量 (4.1) とは異なる. 以上で, (4.1) の符号についての考察を終了する.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \dots (4.64)$$

$$\frac{dq(t)}{dt} < 0 \dots (4.65)$$

$$q(t) \dots (4.66)$$

$$q(t) < 0 \dots (4.67)$$

微分 (4.2) の符号についても次のように考えることができる. (4.68) の電流を仮定する. (4.68) の電流を (4.69) で記述する. (4.69) の電流に於ける正味の電気量の微分を (4.70) で記述する. 電気量の微分 (4.70) には時刻の微分 (4.71) を仮定している.

$$q'(t_h) = \lim_{h_1 \rightarrow 0} \frac{q(t_h + h_1) - q(t_h)}{h_1}, (t_h, t_h + h_1 \in \mathbf{E}) \dots (4.68)$$

$$i(t_h) = q'(t_h) \dots (4.69)$$

$$dq(t_h) = i(t_h) \times dt \dots (4.70)$$

$$dt = h(\neq 0) \dots (4.71)$$

一方, 電気量の差を (4.72) で記述する. ここで, (4.73) は正味の電気量の関数である. (4.74) を正味の電気量 (4.73) の接線の関数とする. 正味の電気量 (4.73) の接線の式は電流 (4.69), 正味の電気量 (4.73) および (4.74) を使用すると (4.75) で記述できる. (4.75) は (4.76) に記述できる. (4.74) の右辺は, (4.76) で記述できる. 時間 (4.77) を仮定すると, (4.75) は (4.78) で記述できる. 微分 (4.70) および微分 (4.71) を使用すると, (4.78) は (4.79) で記述できる.

$$\Delta q = q(t_h + h_2) - q(t_h), (h_1 \neq h_2, h_2 > 0) \dots (4.72)$$

$$y = q(t) \dots (4.73)$$

$$y = f(t) \dots (4.74)$$

$$f(t) - q(t_h) = i(t_h) \times (t - t_h) \dots (4.75)$$

$$f(t) = i(t_h) \times (t - t_h) + q(t_h) \dots (4.76)$$

$$h = t - t_h \dots (4.77)$$

$$f(t_h + h) - q(t_h) = i(t_h) \times h \dots (4.78)$$

$$f(t_h + h) - q(t_h) = dq(t_h) \dots (4.79)$$

時間 (4.80) を仮定すると, (4.79) は (4.81) で記述できる. (4.72) および (4.81) を使用すると, 一般に (4.82) が成立することは明らかである.

$$h = h_2(\neq 0) \dots (4.80)$$

$$dq(t_h) = f(t_h + h_2) - q(t_h) \dots (4.81)$$

$$dq(t_h) \neq \Delta q \dots (4.82)$$

正味の電気量の差 (4.83) が成立していても正味の電気量の微分 (4.84) が成立することは考えられる. ただし, ここでの考察では, 正味の電気量および電流の関数は連続な関数であることを仮定している.

$$\Delta q = q(t_h + h_2) - q(t_h) > 0 \dots (4.83)$$

$$dq(t_h) = i(t_h) \times dt < 0 \dots (4.84)$$

導線に生じる電流 (4.8) がベクトルでないことを考察する. ここでは, 2点を使用して有向線分を与えて, その有向線分をベクトルと同一視することにする. (4.8) の定義では, 有向線分を与える2点が未

定義である。このために、電流 (4.8) のみではベクトルを定義できない。

ここで、直交断面積に対する電流 (4.8) —— (4.8) が関数の場合も考慮する。——のベクトルを仮定する。或る時間 (4.5) 内に直交断面積を通過した正味の電気量 (4.2) は一意に決定することを仮定している。もし、2つ以上のこの (4.2) の値が決定するならば、電流 (4.8) のベクトルが2つ以上存在する。しかし、この (4.2) の値が2つ以上存在することは上述の (4.2) の仮定に反する。(4.8) の値の一意性では、この電流 (4.8) の仮定したベクトルが一意になることが考えられる。

導線での電流 (4.8) の加法を使用して、(4.8) のベクトルについて考える。図 4.5 の a のように導線が位置 p で結ばれている場合は、各導線に生じる電流が (4.85) を満足する。また、図 4.5 の b のように導線が位置 p で結ばれていても各導線に生じている電流は (4.85) を満足する。図 4.5 の a および b の導線に生じている電流 i_1 および i_2 の向きは異なるので、(4.85) を満足することはベクトルの加法を満足していない。このベクトルの加法を満足しないことから、導線に生じる電流 (4.8) はベクトルでないことになる。

$$i = i_1 + i_2 \dots (4.85)$$

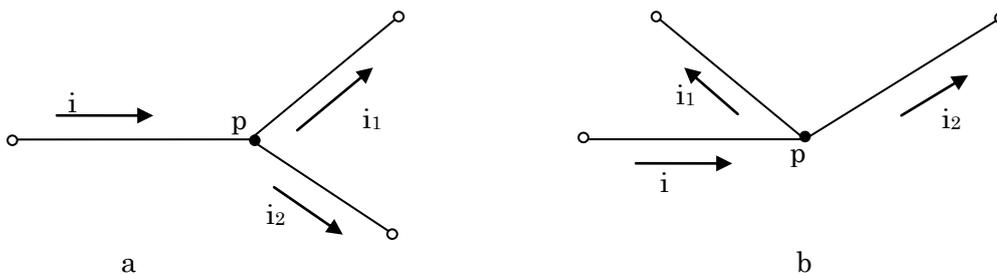


図 4.5 電流の加法について

ここで、本書の第2回の2章でも使用した SI——国際単位系の略称である。——での電流の単位を示す。上述までの電流の説明でも、電流を電気量および時間で記述している。この電流、電気量および時間の単位の関係は (4.86) になる。(4.86) の左辺の ‘ampere’ ——アンペアと読む。——が電流の単位になる。(4.86) の右辺には、電気量の単位の ‘coulomb’ および時間の単位の ‘second’ を記述している。(4.86) の左辺の ampere を記号で記述すると、(4.87) のように A を使用する。

$$1 \text{ ampere} = 1 \text{ coulomb per second} \dots (4.86)$$

$$A \dots (4.87)$$

(4.8) の電流の定義式から、(4.86) の単位の関係を考えることができる。(4.86) および SI の記号を使用すると、(4.88) を記述できる。(4.86) ~ (4.88) では上述の電流 (4.8) で単位について説明した。SI では、(4.88) を使用して電気量の単位である coulomb の定義をする。本章の ‘電流が生じている導線に作用する力’ の説明のあとでは、SI の ampere の定義および coulomb の定義を説明する。

$$1 \text{ A} = 1 \text{ C/s} \dots (4.88)$$

時間に対して変化しない電流を定常電流と呼ぶことがある。この定常電流の場合の電流および電気量の関係を (4.8) を使用して計算する。定常電流 (4.89) を (4.90) で定義する。電流 (4.8)、正味の電気量 (4.10)、定常電流 (4.89) および (4.90) を使用すると、(4.91) を記述できる。正味の電気量 (4.91) は (4.92) になる。

$$i(t) = \text{const.} \dots (4.89)$$

$$a \leq t \leq b \dots (4.90)$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \dots (4.8)$$

$$q(t) = \int_a^t i(t) \times dt + C, (C = \text{const.}) \dots (4.10)$$

$$q(t) = i(t) \times \int_a^t dt + C \dots (4.91)$$

$$q(t) - q(a) = i(t) \times \int_a^t dt \dots (4.92)$$

(4.92) の右辺を計算すると (4.93) になる。正味の電気量 (4.94) が成立するならば、正味の電気量の差 (4.93) を使用して正味の電気量 (4.95) を記述できる。正味の電気量 (4.95) を使用すると、定常電流 (4.96) を記述できる。

$$q(t) - q(a) = i(t) \times (t - a) \dots (4.93)$$

$$q(a) = a \times i(t) \dots (4.94)$$

$$q(t) = i(t) \times t \dots (4.95)$$

$$i(t) = \frac{q(t)}{t}, (t \neq 0) \dots (4.96)$$

電流を (4.97) で記述することがある。(4.97) の左辺は電流である。右辺は、(4.98) および (4.99) の内積を積分した面積分になる。(4.98) は電流密度ベクトルと呼ばれる。正の電気量あるいは正電荷の電流密度ベクトルの向きは、その正の電気量あるいは正電荷の移動している向きである。負の電気量あるいは負電荷の電流密度ベクトルの向きは、その負の電気量あるいは負電荷の移動している向きである。

(4.99) を面積ベクトルと呼ぶ。電流密度ベクトルは導体内の空間の各点に対応する。特に断りがない場合は、本書の第5回の (4.97) の計算での面積ベクトル (4.99) の法線ベクトルの向きは内積 (4.100) を満足するものとする。

$$i = \int \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} \dots (4.97)$$

$$\mathbf{j} \dots (4.98)$$

$$d\mathbf{S} \dots (4.99)$$

$$\mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} > 0 \dots (4.100)$$

ここで、内積 (4.101) が成立する場合の電流および電流密度ベクトルの関係を (4.97) を使用して計算する。図 4.6 を使用する。内積 (4.101) の右辺を電流 (4.97) の右辺に代入すると、電流 (4.102) になる。電流 (4.102) は (4.103) として記述できるものとする。電流 (4.103) を (4.104) として記述する。電流 (4.104) は、電流密度ベクトルの大きさ (4.105) に書き直せる。図 4.6 では負の電気量の移動から生じた電流の図にした。

$$\mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = j \times dS \times \cos 0 = j \times dS > 0 \dots (4.101)$$

$$i = \int j \cdot d\mathbf{S} \dots (4.102)$$

$$i = j \int dS = j \times S \dots (4.103)$$

$$i = j \times S \dots (4.104)$$

$$j = \frac{i}{S}, (S \neq 0) \dots (4.105)$$

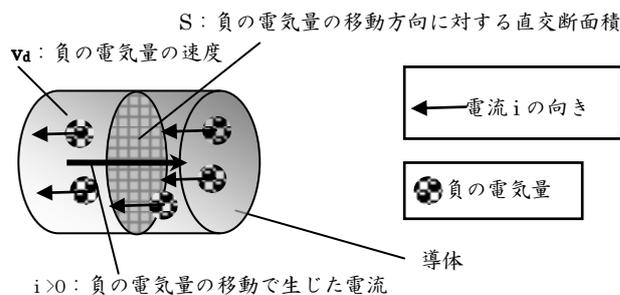


図 4.6 導体内での負の電気量の移動による電流

図 4.7 で、電流密度ベクトルを簡単に記述できる場合について考える。(4.106) のドリフト速度ベクトルを考える。ドリフト速度ベクトルおよび電流密度ベクトルに (4.107) を仮定する。ドリフト速度の速さを (4.108) で与える。この考察では、ドリフト速度の速さには (4.109) を仮定する。電流密度ベクトル (4.107) および (4.109) を使用すると、正の電気量あるいは正電荷の電流密度ベクトルの大きさは (4.110) で記述できる。電流密度ベクトル (4.107) および (4.110) に記述してある電荷密度を (4.111) で記述する。電荷密度 (4.111) の (4.112) は点電荷あるいは荷電粒子の電気量である。電荷密度 (4.111) の (4.113) は点電荷あるいは荷電粒子の個数の密度である。

$$\mathbf{v}_d \dots (4.106)$$

$$\mathbf{j} = \mathbf{v}_d \times \rho \dots (4.107)$$

$$v_d = |\mathbf{v}_d| \dots (4.108)$$

$$v_d = \text{const.} > 0 \dots (4.109)$$

$$j = v_d \times \rho \dots (4.110)$$

$$\rho = n \times q_e \dots (4.111)$$

$$q_e \text{ C} \dots (4.112)$$

$$n \frac{1}{\text{m}^3} \dots (4.113)$$

(4.114) が成立するならば、内積 (4.100) および電流密度ベクトル (4.107) を使用して内積 (4.115) が記述できる。電流 (4.97), (4.105), 電荷密度 (4.111) および内積 (4.115) を使用すると, (4.116) および電流 (4.117) を記述できる。

$$j = \text{const.} > 0 \dots (4.114)$$

$$\mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = \rho \times \mathbf{v}_d \cdot d\mathbf{S} = \rho \times v_d \times dS \times \cos 0 = \rho \times v_d \times dS > 0 \dots (4.115)$$

$$j = \frac{i(t)}{S} = v_d \times n \times q_e, (S \neq 0) \dots (4.116)$$

$$i(t) = q'(t) = v_d \times S \times n \times q_e \dots (4.117)$$

電流 (4.117) での正味の電気量の微分を考える。電流 (4.117) を使用して、正味の電気量の微分 (4.2) を (4.118) で記述できる。時刻の微分 (4.119) を仮定して、正味の電気量の微分 (4.118) を (4.120) で記述できる。正味の電気量の微分 (4.120) の左辺は時刻 t の関数として扱うのではなく、時刻の微分 (4.119) の右辺を独立変数とする線形関数として解釈できる。時刻の微分 (4.119) の右辺は、点電荷が移動した時間——時の‘長さ’の意味になる。——である。(4.121) を使用して、(4.122) を直交断面積、ドリフト速度および移動時間で記述できる体積として扱う。体積 (4.122) を使用して、正味の電気量の微分 (4.120) を (4.123) で記述する。(4.123) では正味の電気量の微分を体積密度 (4.111) および体積 (4.122) を使用して記述している。

$$dq(t) = v_d \times S \times n \times q_e \times dt \dots (4.118)$$

$$dt = h(\neq 0) \dots (4.119)$$

$$dq(t) = v_d \times S \times n \times q_e \times h \dots (4.120)$$

$$l_d = v_d \times h \dots (4.121)$$

$$V = S \times l_d \text{ m}^3 \dots (4.122)$$

$$dq(t) = V \times n \times q_e \dots (4.123)$$

電流 (4.117) での正味の電気量の計算をする。正味の電気量の微分 (4.120) を使用すると、積分 (4.124) を計算できる。(4.124) の積分をする区間では (4.125) を仮定する。(4.124) の左辺は正味の電気量の差 (4.126) で記述できる。(4.124) の右辺は (4.127) で記述できる。(4.124), (4.126) および (4.127) を使用すると、正味の電気量の差 (4.128) を記述できる。正味の電気量の差 (4.128) を使用すると、正味の電気量の式を (4.129) で記述できる。

$$\int_{q(t_0)}^{q(t)} dq(t) = v_d \times S \times n \times q_e \times \int_{t_0}^t dt \dots (4.124)$$

$$t_0 \leq t \dots (4.125)$$

$$\int_{q(t_0)}^{q(t)} dq(t) = q(t) - q(t_0) \dots (4.126)$$

$$v_d \times S \times n \times q_e \times \int_{t_0}^t dt = v_d \times S \times n \times q_e \times (t - t_0) \dots (4.127)$$

$$q(t) - q(t_0) = v_d \times S \times n \times q_e \times (t - t_0) \dots (4.128)$$

$$q(t) = v_d \times S \times n \times q_e \times (t - t_0) + q(t_0) \dots (4.129)$$

電流 (4.117) での正味の電気量の微分および正味の電気量の関係を考える. 正味の電気量の差 (4.130) を使用すると, (4.128) を (4.131) で記述できる. 時間 (4.132) を仮定すると, 正味の電気量の微分 (4.120) および正味の電気量の差 (4.131) の関係は (4.133) になる. しかし, (4.134) の場合には正味の電気量の微分 (4.120) および正味の電気量の差 (4.131) の関係では (4.135) が成立する.

$$\Delta q = q(t) - q(t_0) \dots (4.130)$$

$$\Delta q = v_d \times S \times n \times q_e \times (t - t_0) \dots (4.131)$$

$$h = t - t_0 \dots (4.132)$$

$$dq(t) = \Delta q \dots (4.133)$$

$$h \neq t - t_0 \dots (4.134)$$

$$dq(t) \neq \Delta q \dots (4.135)$$

正味の電気量 (4.136) を正味の電気量 (4.129) の右辺に代入すると正味の電気量 (4.137) を記述できる. 時刻 (4.138) を仮定すると, 正味の電気量 (4.137) は (4.139) で記述できる.

$$q(t_0) = 0 \dots (4.136)$$

$$q(t) = v_d \times S \times n \times q_e \times (t - t_0) \dots (4.137)$$

$$t_0 = 0 \dots (4.138)$$

$$q(t) = v_d \times S \times n \times q_e \times t \dots (4.139)$$

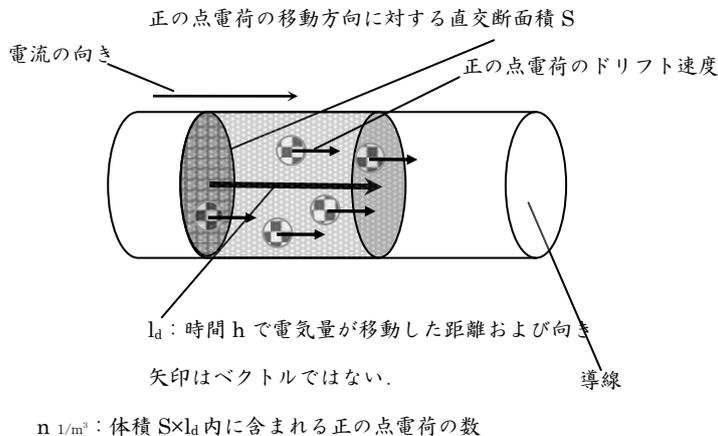


図 4.7 電流密度ベクトルの説明

(4.107) の電流密度ベクトルの向きについて考える. もし, 電気量 (4.140) が成立するならば電流密度ベクトル (4.107) は (4.141) で記述できる. 一方, 電気量 (4.142) が成立するならば電流密度ベクトル (4.107) は (4.143) で記述できる. 電流密度ベクトル (4.141) の向きと電流密度ベクトル (4.143) の向きが逆であることは, (4.141) および (4.143) の記述から明らかである. (4.143) は (4.141) の反対ベクトル——逆ベクトルとも呼ぶ. 文献 17 の付録で説明をした. ——である.

$$\mathbf{j} = \mathbf{v}_d \times \rho \dots (4.107)$$

$$q_e = e > 0 \dots (4.140)$$

$$\mathbf{j}_p = n \times e \times \mathbf{v}_d \dots (4.141)$$

$$q_e = -e < 0 \dots (4.142)$$

$$\mathbf{j}_n = -n \times e \times \mathbf{v}_d \dots (4.143)$$

電流および磁場の重要な関係を説明する。磁場および電流密度の関係には (4.144) がある。(4.144) の第一項は電流密度ベクトルと呼ばれるものである。(4.144) の第二項は電束密度ベクトルの時間に対する変化率である。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, (\text{H A/m}) \dots (4.144)$$

電束密度ベクトルは電場とガウスの法則 (4.145) の関係をもつ。(4.144) の左辺の \mathbf{H} は‘磁場’あるいは‘磁場の強さ’と呼ぶ。電場あるいは電束密度ベクトルには (4.146) の関係があり、電荷密度——(4.146) の右辺の ρ のこと。——を記述できる。

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \times \mathbf{E} \dots (4.145)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \dots (4.146)$$

一方、2007年現在の著者の見識では、磁場には電場での電荷に対応する磁荷が発見されていない。この磁荷が発見されていないことを示す式として (4.147) がある。本書では、(4.147) の右辺の零がこの磁荷が発見されていないことを意味するものとして扱う。磁荷が発見されていないことを示すものとしての (4.147) は重要である。本書では、(4.147) を‘無磁荷’と呼び、磁荷が発見されていないことを意味するものとする。無磁荷 (4.147) の左辺の \mathbf{B} は磁束密度ベクトルと呼ばれる。磁束密度ベクトルおよび磁場の強さの関係には、(4.148) がある。磁束密度ベクトル (4.148) の右辺では真空中の透磁率 μ_0 と呼ばれる定数を磁場の強さに掛けている。真空中の透磁率 μ_0 の単位に使用した記号 H は8章で説明をするインダクタンスと呼ぶ量の単位の記号である。磁束密度ベクトル (4.148) の単位はSIで示すと tesla である。tesla の記号には T を使用する。真空中の誘電率、真空中の透磁率および真空中の光の速さの関係は (4.149) で記述できる。(4.149) については本書の第2回の付録で説明を与えた。

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \dots (4.147)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{H} \text{T}, (\mu_0 = 4 \times \pi \times 10^{-7} \text{ H/m}, \text{T: tesla}) \dots (4.148)$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \times \mu_0}} \dots (4.149)$$

著者の経験では、一般に磁場を考える場合には‘磁場の強さ’よりも‘磁束密度’が使われることが多い。磁束密度ベクトル (4.148) を使用すると、(4.144) は (4.150) に記述できる。(4.144) の右辺の第二項は変位電流密度と呼ばれている。(4.150) の右辺の第二項にも変位電流密度を記述してある。この変位電流は (4.144) の右辺の第二項および (4.145) から分かるように、真空中での電場の時間に対する変化率で生じる。この電場の変化率は点電荷の移動が無くても生じることが可能である。本章の上述までは電流は点電荷の移動あるいは電気量の移動で考えた。しかし、変位電流では点電荷の移動あるいは電気量の移動の電流を考えてはいない。

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{j} + \mu_0 \times \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \dots (4.150)$$

2007年現在の著者の見識では、変位電流密度については次のようになる。点電荷あるいは電気量の移動で電流を定義するならば、(4.144)の右辺の第二項は電流密度ではない。しかし、単位が電流密度に等しいために、‘変位電流密度’という名前を付けられたものと考えられる。

無磁荷 (4.147) および (4.150) を使用すると、電流が生じることで磁場が生じることがわかる。無磁荷 (4.147) では、磁荷が無いことを前提にするために、磁場は磁荷から発生することが説明できない。

一方、(4.150) では、左辺の磁束密度の回転が生じているならば、右辺の第一項あるいは第二項が存在することを説明できる。このために、変位電流密度 (4.151) を仮定すると、(4.150) は (4.152) で記述できる。(4.152) では、左辺の磁束密度の回転が生じているならば右辺の電流密度ベクトルが存在する。また、(4.152) では、右辺の電流密度ベクトルが存在するならば左辺の磁束密度の回転が生じている。この (4.152) から、電流が生じることで磁場が発生することが説明できる。

(4.152) をアンペールの法則と呼ぶ。(4.150) はマクスウェルが修正したアンペールの法則と呼ばれることがある。マクスウェルがアンペールの法則 (4.152) を修正して (4.150) の右辺の第二項の変位電流を加えたことが多くの専門書で紹介されている。

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0 \dots (4.151)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{j} \dots (4.152)$$

磁束密度の定義を説明する。一般には、磁束密度の定義は (4.153) になる。(4.153) の右辺では、磁場の磁束密度ベクトルと点電荷の速度ベクトルとの外積を記述している。磁場内で電気量 (4.154) の点電荷が速度 (4.155) で移動すると、その点電荷に作用する (4.153) の左辺の磁気力を説明できる。(4.153) で磁束密度を定義したので、(4.153) で磁束密度 1 weber を与えることができる。(4.153) の括弧内に 1 weber を他の単位で書き換えた式を記述した。

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}, \left(1 \text{ weber} = 1 \frac{\text{newton} \cdot \text{second}}{\text{coulomb} \cdot \text{meter}} \right) \dots (4.153)$$

$$q \dots (4.154)$$

$$\mathbf{v} \dots (4.155)$$

図 4.8 では、正の電気量の場合での磁束密度、速度および力のベクトルの向きの関係を示している。磁気力 (4.153) の左辺の力の向きは、図 4.8 のようになる。磁気力 (4.153) の左辺の力の大きさは、(4.156) になる。図 4.8 のように、(4.156) の右辺の θ は小さいほうの角度を与えるものとする。磁束密度ベクトルの大きさは、(4.156) を使用すると (4.157) で記述できる。

$$|\mathbf{F}| = |q| \times |\mathbf{v}| \times |\mathbf{B}| \times \sin \theta \dots (4.156)$$

$$|\mathbf{B}| = \frac{|\mathbf{F}|}{|q| \times |\mathbf{v}| \times \sin \theta}, (q|\mathbf{v}| \times \sin \theta \neq 0) \dots (4.157)$$

磁気力 (4.153) の電気量が正で (4.158) の場合は、(4.159) になる。一方、磁気力 (4.153) の電気量が負の場合で (4.160) の場合は、(4.161) になる。

$$q = e > 0 \dots (4.158)$$

$$\mathbf{F}_1 = e\mathbf{v} \times \mathbf{B} \dots (4.159)$$

$$q = -e < 0 \dots (4.160)$$

$$\mathbf{F}_2 = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B} \dots (4.161)$$

磁気力 (4.159) および磁気力 (4.161) では, (4.162) の関係がある. 電気量の符号の関係から, (4.161) の向きは, (4.159) の向きとは逆である. 力の大きさは, (4.163) の関係で (4.159) の大きさは (4.161) の大きさに等しい.

$$\mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}_1 \dots (4.162)$$

$$|\mathbf{F}_2| = |\mathbf{F}_1| \dots (4.163)$$

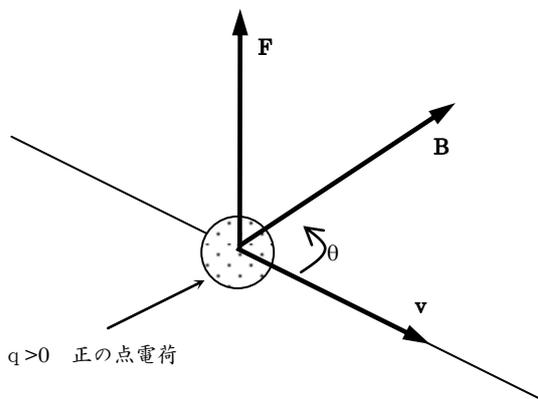


図 4.8 磁束密度 \mathbf{B} の定義と磁気力 \mathbf{F} の説明

静電場では, 本書の第 1 回の (2.1) で記述できる. 静電場の定義を再び記述すると, (4.164) になる. ここでは, 静電場 (4.164) の右辺の分母に記述した電気量を (4.165) を満足する正の電気量にする. 静電場 (4.164) の右辺の分子は静電気力を示すベクトルである. 電気量 (4.165) を前提にすることで, 静電場 (4.164) の左辺の静電場の向きは右辺の静電気力の向きに等しい.

(4.164) の静電場は右辺の分母の電気量とは別の電気量から生じている. (4.164) では静電場が生じているならば電気量が在ることになる. また, 電気量があるならば (4.164) の左辺の静電場が在ることになる. ただし, 本書の第 2 回で説明した静電気の場合に限定している.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} \dots (4.164)$$

$$q > 0 \dots (4.165)$$

上述で, 点電荷および静電場の関係を説明した. ここで, アンペールの法則 (4.152) および磁気力 (4.153) で 点電荷の移動および磁場の関係 を説明する.

磁束密度 (4.148) の磁場に於いて速度 (4.155) で移動する電気量 (4.154) の点電荷には磁気力 (4.153) の左辺の力が作用することを説明できる. 磁場が点電荷の移動から生じることはアンペールの法則

(4.152) での電流密度から明らかであるものと扱える. ただし, 磁気力 (4.153) の磁束密度は, 右辺の電気量 (4.154) の点電荷とは別の点電荷の移動から生じることがアンペールの法則 (4.152) および磁気

力 (4.153) で説明できる。電気力および磁気力のみではなく、他の力学の力でも点電荷は移動できることもある。そして、磁束密度が発生していなくても、その他の力で点電荷の移動を考えることはできる。点電荷が静止している場合でアンペールの法則 (4.152) の電流密度を零に記述できるならばアンペールの法則 (4.152) の左辺の磁束密度は零になる。

磁気力は、(4.153) で記述した。静電場の電気力となる静電気力は、静電場 (4.164) を使用して (4.166) で記述できる。ただし、静電気力 (4.166) の電気量 (4.167) は正および負の両方の符号の電気量を使用することができる。

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \dots (4.166)$$

$$q \dots (4.167)$$

静電気学での静電場とは別に、動的な電場も電磁気学では説明できる。動的な電場を動電場と呼ぶことがある。動電場をガウスの法則 (4.146) および (4.168) で説明できる。ガウスの法則 (4.146) を再び載せる。(4.146) はガウスの法則の微分形と呼ばれる。(4.168) はファラデーの法則の微分形と呼ばれる。

(4.168) の右辺には磁束密度を記述している。

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \dots (4.146)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \dots (4.168)$$

点電荷の移動から時間に対して変化する磁束密度 (4.148) の磁場が生じた場合に動電場の説明ができる。ファラデーの法則 (4.168) の磁束密度の時間に対する変化率が生じたならば (4.168) の左辺の動電場が生じる。この動電場に在る点電荷に作用する電気力は (4.169) で記述できる。電気力 (4.169) の右辺の電気量は (4.167) と同様に正および負の両方の符号を使用できる。ただし、電気力 (4.169) の右辺の電場は動電場である。ファラデーの法則については本書の第3回の付録ivで簡単な説明をしてある。

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \dots (4.169)$$

磁気力 (4.153)、静電気力 (4.166) および動電場内の電気力 (4.169) を使用すると、(4.170) を記述できる。(4.170) の右辺は、磁場、静電場および動電場に於いて成立する力の式である。(4.170) をローレンツ力と呼ぶ。

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \dots (4.170)$$

本章では (4.146)、(4.147)、(4.150) および (4.168) を使用した。これらの4つの微分方程式は真空中のマクスウェルの方程式系と呼ばれる。(4.146)、(4.147)、(4.150) および (4.168) は真空中の静電場、磁場および動電場において成立するものと扱われる。

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \dots (4.146) \quad (\text{ガウスの法則})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \dots (4.147) \quad (\text{無磁荷})$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{j} + \mu_0 \times \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \dots (4.150) \quad (\text{マクスウェルが修正したアンペールの法則})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \dots (4.168) \quad (\text{ファラデーの法則})$$

(4.146)、(4.147)、(4.150) および (4.168) には、(4.145) および (4.148) が前提になっている。(4.145)、

(4.148) および (4.150) の誘電率および透磁率は物質の特性による。本章では真空中の誘電率および透磁率のみを使用した。

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \times \mathbf{E} \dots (4.145)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{H} \dots (4.148)$$

導線およびその導線に直交する曲面 S を考える。ここで、アンペールの法則 (4.152) の電流密度ベクトルを、導線に生じる電流の電流密度ベクトルとする。アンペールの法則 (4.152) の両辺に面積ベクトルを使用して、(4.171) の面積分を記述できる。(4.171) の左辺にストークスの定理を使用すると、(4.172) を記述できる。(4.172) の右辺は、曲面 S の縁に沿う接線ベクトルの向きをその曲面 S が左側に在るよりに与えて計算する閉曲線 C の線積分である。(4.172) の右辺を (4.171) の左辺に記述すると、(4.173) になる。(4.173) の右辺は、(4.174) の右辺に記述できる。

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{S} = \int_S (\mu_0 \times \mathbf{j}) \cdot d\mathbf{S} \dots (4.171)$$

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{S} = \oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \dots (4.172)$$

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_S (\mu_0 \times \mathbf{j}) \cdot d\mathbf{S} \dots (4.173)$$

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} \dots (4.174)$$

図 4.9 で内積 (4.175) を仮定する。内積 (4.175) を (4.174) の右辺に代入して、(4.176) を記述できるものとする。(4.176) の括弧内の余弦に示すように、図 4.9 では磁束密度ベクトル \mathbf{B} と接線ベクトル $d\mathbf{s}$ とのなす角度は零になる。(4.176) に (4.177) を仮定すると、(4.176) は (4.178) に記述できる。

(4.178) を使用して、図 4.9 での磁束密度 (4.179) を記述できる。

$$\mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = j \times dS \dots (4.175)$$

$$2 \times \pi \times r \times B = \mu_0 j \times S, \left(S \neq 0, r \neq 0, \cos 0^\circ = \frac{\mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}}{|\mathbf{B}| \cdot |d\mathbf{s}|} \right) \dots (4.176)$$

$$i = j \times S \dots (4.177)$$

$$2 \times \pi \times r \times B = \mu_0 i \dots (4.178)$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2 \times \pi \times r} \dots (4.179)$$

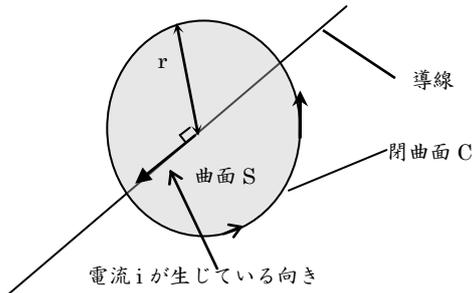


図 4.9 アンペールの法則

次に電流が生じている導線に作用する力を計算する．ここで，計算する力を使用して SI での電流の計算を後で行う．図 4.9 ではひとつの導線における計算であった．図 4.10 を使用して，平行に置かれた 2 つの導線に電流が生じた場合にそれぞれの導線に作用する力を計算する．導線 1 には磁束密度 B_2 が作用しているものと仮定する．導線 2 には磁束密度 B_1 が作用しているものと仮定する．さらに，電流密度 (4.107) を導線 1 および導線 2 に仮定する．ここで，各導線には電気量を持った粒子が移動しているものと仮定する．この電気量を持った粒子を点電荷のように考えて磁気力 (4.153) が作用しているものとして扱う．

$$\mathbf{j} = \mathbf{v}_a \times \rho \dots (4.107)$$

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \dots (4.153)$$

これらの仮定を使用すると，導線 1 には (4.180) が記述できる．(4.180) の磁束密度 B_2 は導線 2 の移動している電気量——電流として扱う．——から生じたものとする．

$$F_1 = q_{e1} v_1 \times B_2, (q_{e1} = |q_1| > 0, B_2 = |\mathbf{B}_2| > 0, v_1 = |\mathbf{v}_1| > 0) \dots (4.180)$$

このために磁束密度 (4.179) を使用すると磁気力 (4.180) の右辺は (4.181) に記述できる．導線 1 の移動している電気量に (4.182) を仮定する．(4.182) を磁気力 (4.181) の右辺に代入すると (4.183) を記述できる．

$$F_1 = q_{e1} v_1 \times \frac{\mu_0 i_2}{2 \times \pi \times r}, (r \neq 0) \dots (4.181)$$

$$\rho_{e1} = |\rho_1| > 0, (q_1 = \rho_1 \times S_1 \times l_1) \dots (4.182)$$

$$F_1 = \rho_{e1} \times S_1 \times l_1 \times v_1 \times \frac{\mu_0 i_2}{2 \times \pi \times r} \dots (4.183)$$

磁気力 (4.183) を (4.184) に書き直して (4.185) を使用すると (4.186) を記述できる．(4.185) に定常電流 (4.187) を仮定する．(4.187) を使用すると磁気力 (4.186) は，(4.188) に記述できる．

$$F_1 = \rho_{e1} \times v_1 \times S_1 \times l_1 \times \frac{\mu_0 i_2}{2 \times \pi \times r} \dots (4.184)$$

$$j_1 = \rho_{e1} \times v_1 (= \text{const.}) \dots (4.185)$$

$$F_1 = j_1 \times S_1 \times l_1 \times \frac{\mu_0 i_2}{2 \times \pi \times r} \dots (4.186)$$

$$i_1 = j_1 \times S_1 (= \text{const.}) \dots (4.187)$$

$$F_1 = i_1 \times l_1 \times \frac{\mu_0 i_2}{2 \times \pi \times r} \dots (4.188)$$

磁気力 (4.188) を (4.189) に書き直す. (4.189) の右辺の l_1 を (4.190) のように左辺に記述する. 後で, (4.190) を使用して電流の 1 A の定義をする.

$$F_1 = l_1 \times \frac{\mu_0 \times i_1 \times i_2}{2 \times \pi \times r} \dots (4.189)$$

$$\frac{F_1}{l_1} = \frac{\mu_0 \times i_1 \times i_2}{2 \times \pi \times r}, (l_1 \neq 0) \dots (4.190)$$

導線 1 と同様に導線 2 に作用する力を計算する. 導線 2 に磁気力 (4.191) を記述できる. 導線 2 に作用している磁束密度は導線 1 の移動している電気量——電流として扱う. ——から生じたものとする. このために磁束密度 (4.179) を使用すると磁気力 (4.191) の右辺は (4.192) に記述できる.

$$F_2 = q_{e2} v_2 \times B_1, (q_{e2} = |q_2| > 0, B_1 = |B_1| > 0, v_2 = |v_2| > 0) \dots (4.191)$$

$$F_2 = q_{e2} v_2 \times \frac{\mu_0 i_1}{2 \times \pi \times r}, (r \neq 0) \dots (4.192)$$

(4.192) の電気量に (4.193) を仮定する. 電流密度 (4.194) および定常電流 (4.195) を仮定する. 磁気力 (4.192) の右辺に (4.193) ~ (4.195) を使用すると (4.196) を記述できる.

$$\rho_{e2} = |\rho_2| > 0, (q_2 = \rho_2 \times S_2 \times l_2) \dots (4.193)$$

$$j_2 = \rho_{e2} \times v_2 (= \text{const.}) \dots (4.194)$$

$$i_2 = j_2 \times S_2 (= \text{const.}) \dots (4.195)$$

$$F_2 = i_2 \times l_2 \times \frac{\mu_0 i_1}{2 \times \pi \times r} \dots (4.196)$$

磁気力 (4.196) の右辺の l_2 を (4.196) の左辺に記述すると (4.197) になる. (4.190) と同様に後で, (4.197) を使用して電流の 1 A の定義をする.

$$\frac{F_2}{l_2} = \frac{\mu_0 \times i_1 \times i_2}{2 \times \pi \times r}, (l_2 \neq 0) \dots (4.197)$$

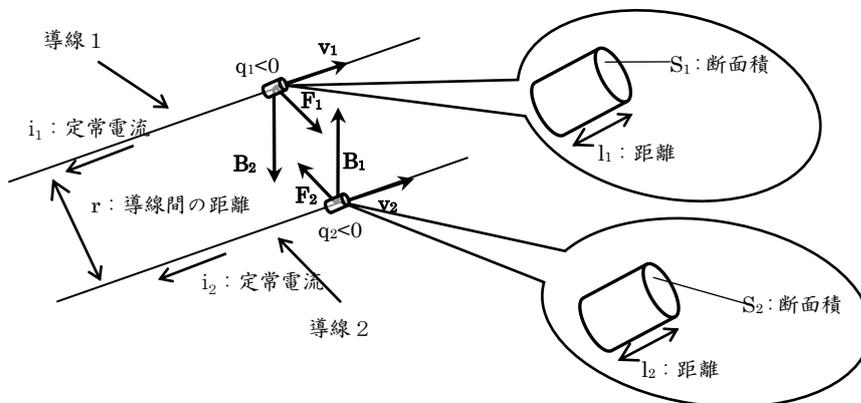


図 4.10 平行導線間に作用する力

ここで、国際単位系——略称は SI である。——での ampere の 1 A の定義および coulomb の 1 C の定義について説明する。これらの説明の前に、SI を決定した機関について説明する。この機関についての説明は、2007 年現在の著者の見解であることを断っておく。国際度量衡局、国際度量衡総会および国際度量衡委員会がここで説明する対象である。

国際度量衡局——略称は BIPM になる。——は 1875 年 5 月 20 日に設立された。2007 年現在の BIPM の権限は世界中の測定に於ける唯一の一貫性のある系に適した——国際単位系に起因する——基礎を提供することである。2007 年現在は国際度量衡総会——略称は CGPM である。——の排他的な監督下で BIPM は管理されている。この CGPM の第 1 回が 1889 年に行われた。CGPM の決議案に従事する委員会に国際度量衡委員会——略称は CIPM である。——が存在する。CIPM の主な任務は測定単位での世界中の画一性を促進することである。CIPM の直接的な活動あるいは草案での決議案を CGPM へ提出することによって、この CIPM の主な任務は行われる。

1960 年に行われた第 1 回の CGPM で SI は確立された。SI については、BIPM が発行した 'The International System of Units(SI) 8th edition 2006' ——インターネット上で頒布されている。——を参考にして本書を作成している。この 'The International System of Units(SI) 8th edition 2006' の説明では、SI には基本量として次の七つの物理量が定義されている。長さ、質量、時間、電流、熱力学温度、物質および光度が SI で使用する基本量である。これらの基本量を使用して、組立量と呼ばれる量を定義する。基本量の単位を基本単位と呼ぶ。組立量の単位は組立単位と呼ぶ。

BIPM に発行された文献 4 を使用して、SI の基本単位である電流の単位の 1 アンペアを計算する。次の引用文は文献 3 に掲載してあるものと同様である。ただし、以下の引用の出典は文献 1 である。次の引用文は電流の単位の ampere の定義である。本章では、この引用文を使用して電流の単位を計算するには、(4.190) および (4.197) を使用する。

"... is that constant current which, if maintained in two straight parallel conductors of infinite length, of negligible circular cross section, and placed 1 meter apart in vacuum, would produce between these conductors a force equal to 2×10^{-7} newton per meter of length."(1946)

出典：ROBERT RESNICK, DAVID HALLIDAY, KENNETH S. KRANE, 1992 : PHYSICS 4th Edition Volume2, John Wiley & Sons, Inc., APPENDIX A

次のようなまっすぐな導体を 2 つ考える。導体の断面積は無視できるほど小さい円形断面積とする。また、導体は無限に長いものとする。これらの 2 つの導体を真空中に 1 m の間隔で、互いに平行に図 4.11 のように置く。この場合で、これらの導体に定常電流を生じさせる。このときに、 2×10^{-7} N/m——導体の単位長さあたりの力のこと。——に等しい力をそれぞれの導体に生じさせる定常電流を 1 A とする。

(4.190) および (4.197) を使用して、上述の 1 A を計算する。(4.190) および (4.197) の左辺が 2×10^{-7} N/m になるので、(4.198) および (4.199) を記述できる。

$$\frac{F_1}{l_1} = 2 \times 10^{-7} \text{ N/m} \dots (4.198)$$

$$\frac{F_2}{l_2} = 2 \times 10^{-7} \text{ N/m} \dots (4.199)$$

(4.148) の真空中の透磁率 $\mu_0 = 4 \times \pi \times 10^{-7}$ および $r=1$ m を (4.190) および (4.197) の右辺に代入すると (4.200) および (4.201) を記述できる. (4.198) ~ (4.201) を使用すると (4.202) を記述できる. (4.202) を (4.203) に書き直す.

$$\frac{F_1}{l_1} = \frac{4 \times \pi \times 10^{-7} \times i_1 \times i_2}{2 \times \pi \times 1} \dots (4.200)$$

$$\frac{F_2}{l_2} = \frac{4 \times \pi \times 10^{-7} \times i_1 \times i_2}{2 \times \pi \times 1} \dots (4.201)$$

$$\frac{4 \times \pi \times 10^{-7} \times i_1 \times i_2}{2 \times \pi \times 1} = 2 \times 10^{-7} \text{ N/m} \dots (4.202)$$

$$2 \times 10^{-7} \times i_1 \times i_2 = 2 \times 10^{-7} \text{ N/m} \dots (4.203)$$

(4.203) は (4.204) に記述できる. (4.204) から定常電流 (4.205) になることは明らかである.

$$i_1 \times i_2 = 1 \text{ N/m} \dots (4.204)$$

$$\begin{cases} i_1 = 1 \text{ A} \\ i_2 = 1 \text{ A} \end{cases} \dots (4.205)$$

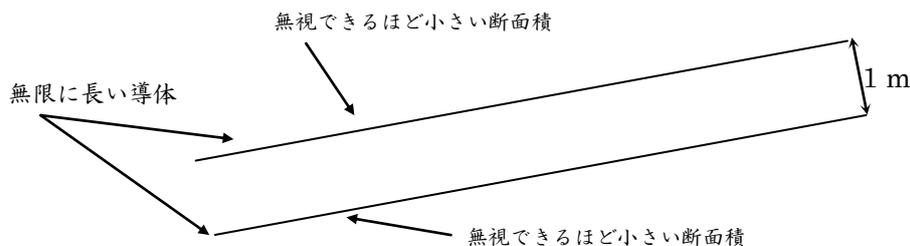


図 4.11 ampere の定義の説明

文献 4 の SI では (4.206) で電気量の単位になる coulomb を定義する. (4.206) で 1 coulomb を定義する. (4.206) を SI の記号で記述すると (4.207) になる. この (4.206) は正味の電気量の微分 (4.2) を使用して計算できる.

$$1 \text{ coulomb} \equiv 1 \text{ second} \cdot \text{ampere} \dots (4.206)$$

$$1 \text{ C} = 1 \text{ s} \cdot \text{A} \dots (4.207)$$

$$dq(t) \equiv i(t) \times h \dots (4.2)$$

正味の電気量の微分 (4.2) を (4.208) に記述する. (4.209) を電流とする. 正味の電気量の微分 (4.208) の右辺の時間を (4.210) とする. 時間 (4.210) を時刻 t の微分として (4.211) とする. 電流 (4.209) および時刻の微分 (4.211) を正味の電気量の微分 (4.208) の右辺に代入すると (4.212) を記述できる.

正味の電気量の微分 (4.212) の右辺に, 1 coulomb を算出できた.

$$dq = i \times h \dots (4.208)$$

$$i = 1 \text{ A} \dots (4.209)$$

$$h = 1 \text{ s} \dots (4.210)$$

$$dt = h = 1 \text{ s} \dots (4.211)$$

$$dq = i \times dt = 1 \times 1 = 1 \text{ C} \dots (4.212)$$

(2.28) で導線での 2 点間の静電的ポテンシャルエネルギーの差を記述できるものと仮定する。そして、正味の電気量 (4.1) の関数に (2.28) を合成して、合成関数で静電的ポテンシャルエネルギーの差 (4.213) を記述できるものとする。(4.213) の微分係数——この場合では導関数とも呼ぶことがある。——を (4.214) とする。(4.214) を仮定すると、(4.213) の微分を (4.215) で記述できる。

$$u_{q12}(q) = \Delta U_{12}(q) = U_2(q) - U_1(q) \dots (2.28)$$

$$u_{12}(t) = (u_{q12} \circ q)(t), (q > 0) \dots (4.213)$$

$$u'_{12}(t) \equiv \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u_{12}(t+h) - u_{12}(t)}{h} \dots (4.214)$$

$$du_{12}(t) = u'_{12}(t) dt \dots (4.215)$$

導線内の或る直交断面積を或る時間内に通過した正味の電気量を或る位置に存在する点電荷の電気量として扱うことができる場合を考える。この場合は、(4.10) での右辺の第一項の積分区間と第二項の定数を、この点電荷の電気量と正味の電気量が等しい値になるように与えることで計算できるものとする。

(4.10) の第一項の電流は区間 (4.9) 内で連続な関数として仮定されているものとする。このように、正味の電気量を導線内の或る位置に存在する正の点電荷の電気量に等しい値にすることで (2.28) を計算できるものとする。

$$q(t) = \int_a^t i(t) \times dt + C, (C = \text{const.}) \dots (4.10)$$

$$[a, b] \dots (4.9)$$

(4.213) および (4.214) を使用すると、合成関数の微分法で (4.216) を記述できる。ただし、(4.216) では電流 (4.8) を使用した。

$$u'_{12}(t) = \frac{du_{q12}(q)}{dq} \cdot \frac{dq(t)}{dt} = \frac{du_{q12}(q)}{dq} \cdot i(t), (q > 0, dt \neq 0) \dots (4.216)$$

電流 (4.3) は正味の電気量 (4.1) を使用して定義した。一方、(2.38) では正の点電荷の電気量を使用して記述している。

$$\frac{du_{q12}(q)}{dq} = \Delta V_{12}, (dq \neq 0) \dots (2.38)$$

導線内の位置 1 から位置 2 へ正の電気量が移動したことを仮定する。そして、その導線内の位置 2 を含む直交断面積を通過した正の電気量から正味の電気量 (4.1) が計算できるものと仮定する。その正味の電気量を使用して導線での電流 (4.3) を導入して (4.216) を記述できるものとする。このような電流 (4.3) の導入で、導線内を移動する正の電気量は或る時間内に或る直交断面積を通過して位置 2 を通過するものとする。一般的な回路の位置の指定の仕方は、導線を線として扱い、その線上の 1 点を指定することになる。そして、その線上の位置の電位は一意に定まるものと仮定する。このような位置の指定の仕方では、導線内の直交断面上の各位置を指定することはできない。本書の (4.216) は、そのような回路の位置の指定の仕方を導入して記述しているものとして扱う。3次元の空間座標系内の同じ位置 2 に

正の電気量を持った点電荷が存在することは、ここでの計算では問題として扱わない。

(2.38) の右辺の電位差は微分係数としての定数として扱うことができる。(2.13) の右辺の電位を使用して、この微分係数となる電位差は (2.35) で与えたものである。そして、(2.13) では (2.13) の右辺の電気量を独立変数として扱い、電位を定数として微分係数 (2.18) を計算した。微分係数 (2.18) から (2.19) が計算できることを 2 章で説明した。(2.19) を仮定して、(2.34) を導出した。(2.34) を (2.38) に書き直すことができる。このような導出からは、(2.38) の右辺の電位差が定数であることが明らかである。(2.38) の左辺が定数であるならば、(2.38) の右辺の電位差は電気量が (2.28) の定義区間内のすべての電気量 q に対応する微分係数となる電位差である。このことは、(2.38) では、電気量 q の変化に対して電位差 (2.35) の記述は変化しないことを意味する。ただし、静電的ポテンシャルエネルギーの差 (2.28) を定義するのに使用する電気量は (2.14) の符号——正の電気量の意味する。——になる。

$$U_i(q) = V_i \times q, (q \in \mathbf{E}) \dots (2.13)$$

$$\Delta V_{12} = V_2 - V_1 \dots (2.35)$$

$$U_i'(q) = V_i \dots (2.18)$$

$$dU_i(q) = V_i dq \dots (2.19)$$

$$du_{q12}(q) = \Delta V_{12} dq \dots (2.34)$$

$$q > 0 \dots (2.14)$$

このように、正味の電気量が如何なる値であろうとも、(2.28) の定義区間内の点ならば (2.38) の右辺の電位差の記述は変化しない。このために、位置 1 から位置 2 へ移動した正の電気量を使用して計算した正味の電気量が (2.28) の定義区間内の点であるならば (4.216) の右辺に (2.38) を使用できる。このような使用での (2.13) では、(2.13) の定義区間内の点となる電気量であるならば (2.13) を関数として扱うことになる。しかし、(2.38) の独立変数となる電気量に正味の電気量を使用した場合は点電荷の電気量ではないので、点電荷の持つ静電的ポテンシャルエネルギーとしては (2.13) を使用できないこともある。ただし、或る位置に存在する点電荷の電気量と正味の電気量の値を (4.10) で等しい値に計算できる場合は (2.13) で、その位置に存在する点電荷の持つ静電的ポテンシャルエネルギーを計算できることになる。

微分係数 (2.38) が電位差を示すことを利用したものとして、導線に見なす線上の 2 点間の電位差を (2.38) で記述することができる。このような (2.38) の利用の仕方で (4.216) の右辺に (2.38) を記述することになる。

(4.216) の右辺に導線上の 2 点間の電位差を (2.38) を使用して記述できるものと仮定した。この仮定では、(2.38), (4.215) および (4.216) を使用すると、静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分 (4.217) を記述できる。(4.217) の記述では正味の電気量は記述していない。

$$du_{12}(t) = \Delta V_{12} \cdot i(t) dt \dots (4.217)$$

静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分 (4.217) の右辺について考える。電流 (4.218) が成立すると、電気量の微分 (4.219) が成立する。しかし、静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分 (4.217) では (4.220) が成立する。ただし、(4.220) の右辺では (4.221) が成立する。

$$i(t) = 0 \dots (4.218)$$

$$dq(t) = i(t) \times dt = 0, (dt \neq 0) \dots (4.219)$$

$$du_{12}(t) = \Delta V_{12} \cdot i(t) dt = 0, (dt \neq 0) \dots (4.220)$$

$$\begin{cases} \Delta V_{12} = \frac{du_{q12}(q)}{dq}, (q > 0, dq \neq 0) \\ -\infty < \frac{du_{q12}(q)}{dq} < \infty \end{cases} \dots (4.221)$$

静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の微分 (4.217) を使用すると, (4.222) を記述できる. (4.222) は静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率である. (4.222) で静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する増減を知ることができる.

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = \Delta V_{12} \cdot i(t), (dt \neq 0) \dots (4.222)$$

(4.217) および (4.222) では電圧 (4.223) の成立は可能である. (4.222) で電圧 (4.223) が成立するならば, (4.224) が成立する. 既に説明した (4.220) でも (4.224) は成立する. (4.224) では静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する増減は生じていない.

$$\frac{du_{q12}(q)}{dq} = \Delta V_{12} = 0, (dq \neq 0) \dots (4.223)$$

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = 0, (dt \neq 0) \dots (4.224)$$

さらに, 仕事率を使用して仕事量の時間に対する変化率を計算する. (4.223) を使用すると, (4.225) を記述できる. 静電氣的ポテンシャルエネルギーの差および仕事量の関係である (4.226) を使用する.

(4.226) は (4.227) で記述できる. (4.227) の左辺および右辺が微分可能ならば, (4.228) を記述できる. (4.225) を (4.228) の左辺に代入すると, 仕事量の微分 (4.229) になる.

$$du_{q12}(q) = 0, (dq \neq 0) \dots (4.225)$$

$$\Delta U_{12}(q) = -W_{12}(q), (q > 0) \dots (4.226)$$

$$u_{q12}(q) = U_2(q) - U_1(q) = -W_{12}(q), (q > 0) \dots (4.227)$$

$$du_{q12}(q) = -dW_{12}(q) \dots (4.228)$$

$$dW_{12}(q) = 0, (dq \neq 0) \dots (4.229)$$

仕事量の微分 (4.229) の左辺は (4.230) で記述できる. 仕事量の微分 (4.230) では微分係数 (4.231) を仮定している. (4.229) および (4.230) を使用すると, 微分係数 (4.232) になる.

$$dW_{12}(q) = W'_{12}(q) dq \dots (4.230)$$

$$W'_{12}(q) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{W_{12}(q+h) - W_{12}(q)}{h}, (q > 0) \dots (4.231)$$

$$W'_{12}(q) = 0 \dots (4.232)$$

(4.232) を使用すると, 仕事量 (4.233) になる. 仕事量 (4.233) では (4.226) の左辺の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は定数である.

$$W_{12}(q) = \text{const.}, (q > 0) \dots (4.233)$$

(4.226) の右辺の仕事量は時刻を独立変数とする関数で記述すると (4.234) になる。(4.213), (4.227) および仕事量 (4.234) を使用すると, (4.235) になる.

$$w_{12}(t) = (W_{12} \circ q)(t), (q > 0) \dots (4.234)$$

$$u_{12}(t) = -w_{12}(t) \dots (4.235)$$

(4.235) の両辺が微分可能ならば (4.236) を記述できる。(4.236) の仕事量の微分は (4.237) で記述できる。(4.237) の右辺には微分係数 (4.238) を仮定している.

$$du_{12}(t) = -dw_{12}(t) \dots (4.236)$$

$$dw_{12}(t) = w'_{12}(t) dt \dots (4.237)$$

$$w'_{12}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{w_{12}(t+h) - w_{12}(t)}{h} \dots (4.238)$$

(4.236) を使用すると, (4.239) を記述できる。(4.239) では '静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率' および '仕事量の時間に対する変化率' は異符号の関係にある。(4.222) および (4.239) を使用すると, 仕事率は (4.240) になる.

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = -\frac{dw_{12}(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (4.239)$$

$$\frac{dw_{12}(t)}{dt} = -\Delta V_{12} \cdot i(t), (dt \neq 0) \dots (4.240)$$

(4.240) の右辺の電圧は (4.241) である。ここで, (4.242) の電圧を使用する。電圧 (4.241) および電圧 (4.242) の関係は (4.243) になる。仕事率 (4.240) および電圧 (4.243) を使用すると, 仕事率 (4.244) になる。

$$\Delta V_{12} = V_2 - V_1 \dots (4.241)$$

$$\Delta V_{21} = V_1 - V_2 \dots (4.242)$$

$$\Delta V_{21} = -\Delta V_{12} \dots (4.243)$$

$$\frac{dw_{12}(t)}{dt} = \Delta V_{21} \cdot i(t), (dt \neq 0) \dots (4.244)$$

仕事率 (4.244) の左辺は電力を意味する。電力を p で記述して (4.245) とする。

$$p = \frac{dw_{12}}{dt} = \Delta V_{21} \cdot i(t), (dt \neq 0) \dots (4.245)$$

電流 (4.218) あるいは電圧 (4.223) を使用すると, 電力 (4.245) は (4.246) になる。電力 (4.246) の右辺は仕事量の時間に対する変化率が零であることを意味する。

$$p = \frac{dw_{12}}{dt} = 0, (dt \neq 0, -\infty < i(t) < \infty) \dots (4.246)$$

(4.239) を使用すると, 静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率 (4.224) ならば, 電力 (4.246) になる。また, (4.239) を使用すると電力 (4.246) ならば静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率 (4.224) になる。

静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (4.247) を仮定する. 静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (4.247) が成立するならば電圧 (4.248) になる. (4.243) および電圧 (4.248) を使用すると電圧 (4.249) になる. 電圧 (4.248) を満足するならば (4.222) で (4.250) が成立する. また, 電圧 (4.249) を満足するならば (4.245) で (4.251) になる. (4.250) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して減少している. (4.251) の仕事量は時間に対して増加している.

$$u_{q12} = \Delta U_{12}(q) = U_2(q) - U_1(q) < 0 \dots (4.247)$$

$$\Delta V_{12} < 0 \dots (4.248)$$

$$\Delta V_{21} = -\Delta V_{12} > 0 \dots (4.249)$$

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = \Delta V_{12} \cdot i(t) < 0, (i(t) > 0) \dots (4.250)$$

$$p = \frac{dw_{12}}{dt} = \Delta V_{21} \cdot i(t) > 0, (i(t) > 0) \dots (4.251)$$

(4.250) および (4.251) の電流の符号とは逆の場合を考える. この場合で, 電圧 (4.248) を満足するならば (4.222) で (4.252) が成立する. また, 電圧 (4.249) を満足するならば (4.245) で (4.253) になる. (4.252) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して増加している. (4.253) の仕事量は時間に対して減少している.

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = \Delta V_{12} \cdot i(t) > 0, (i(t) < 0) \dots (4.252)$$

$$p = \frac{dw_{12}}{dt} = \Delta V_{21} \cdot i(t) < 0, (i(t) < 0) \dots (4.253)$$

静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (4.254) を仮定する. 静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (4.254) が成立するならば電圧 (4.255) になる. (4.243) および電圧 (4.255) を使用すると電圧 (4.256) になる. 電圧 (4.255) を満足するならば (4.222) で (4.257) が成立する. また, 電圧 (4.256) を満足するならば (4.245) で (4.258) になる. (4.257) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して増加している. (4.258) の仕事量は時間に対して減少している.

$$u_{q12} = \Delta U_{12}(q) = U_2(q) - U_1(q) > 0 \dots (4.254)$$

$$\Delta V_{12} > 0 \dots (4.255)$$

$$\Delta V_{21} = -\Delta V_{12} < 0 \dots (4.256)$$

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = \Delta V_{12} \cdot i(t) > 0, (i(t) > 0) \dots (4.257)$$

$$p = \frac{dw_{12}}{dt} = \Delta V_{21} \cdot i(t) < 0, (i(t) > 0) \dots (4.258)$$

(4.257) および (4.258) の電流の符号とは逆の場合を考える. この場合で, 電圧 (4.255) を満足するならば (4.222) で (4.259) が成立する. また, 電圧 (4.256) を満足するならば (4.245) で (4.260) になる. (4.259) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して減少している. (4.260) の仕事量は時間に対して増加している.

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = \Delta V_{12} \cdot i(t) < 0, (i(t) < 0) \dots (4.259)$$

$$p = \frac{dw_{12}}{dt} = \Delta V_{21} \cdot i(t) > 0, (i(t) < 0) \dots (4.260)$$

工率あるいは仕事率とも呼ぶ電力 (4.245) の SI での単位について説明する. (4.245) の記号の順序で (4.261) に単位の記述を示した. (4.261) の各単位を SI の記号で記述すると, (4.262) になる. 仕事率は SI の組立量であり, その単位の (4.261) および (4.262) は組立単位である.

$$p = \frac{dw_{12}}{dt} = \Delta V_{21} \cdot i(t), (dt \neq 0) \dots (4.245)$$

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ joule per second} = 1 \text{ volt ampere} \dots (4.261)$$

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J s}^{-1} = 1 \text{ V A} \dots (4.262)$$

本書の第4回の9章で説明したコンデンサの静電的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率および電力の計算をする. コンデンサの電気量および電圧の関数——時刻を独立変数とする. ——の定義区間を (4.263) とする. 時刻 (4.264) を仮定する. (4.264) の時刻で, (4.265) ——コンデンサの容量を計算する. ——が成立するものと仮定する.

$$t_1 \leq t \leq t_2 \dots (4.263)$$

$$t = t_0 \dots (4.264)$$

$$c = \frac{q(t_0)}{v_{21}(t_0)} = \text{const.} > 0, (v_{21}(t_0) \neq 0) \dots (4.265)$$

ここで考えているコンデンサの電気量, 容量および電圧は (4.266) の関係にあるものとする. 電気量 (4.266) の右辺にコンデンサの容量 (4.265) を代入すると, (4.267) を記述できる.

$$q(t) = c \times v_{21}(t) \dots (4.266)$$

$$q(t) = c \times v_{21}(t) = \frac{q(t_0)}{v_{21}(t_0)} \times v_{21}(t) \dots (4.267)$$

コンデンサの電気量 (4.266) を回路の電流を記述できる正味の電気量として扱う. コンデンサに蓄積されている正の電気量は, 導線内の或る直交断面積を或る時間内に通過した正味の電気量として考えることができるものと仮定する. この仮定を使用すると, コンデンサの電気量 (4.266) を使用してコンデンサの両端の導線に生じる電流を (4.268) で記述する. (4.268) の右辺の電圧の時間に対する変化率の符号で電流の符号が決定する.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = c \times \frac{dv_{21}(t)}{dt} \dots (4.268)$$

(4.269) が成立する場合は, 電流 (4.268) では (4.270) になる. (4.270) では電流が正の符号をもつ. 電流 (4.270) の場合を考える. コンデンサでの静電的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率は (4.250) および (4.257) である. また, コンデンサでの電力は (4.251) および (4.258) である.

$$\frac{dv_{21}(t)}{dt} > 0 \dots (4.269)$$

$$i(t) = c \times \frac{dv_{21}(t)}{dt} > 0 \dots (4.270)$$

電流 (4.270) が成立する場合のコンデンサ内の静電場での (4.222) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して増加あるいは減少をする。そして、その (4.245) の仕事量は時間に対して増加あるいは減少をする。

一般的には、コンデンサの静電氣的ポテンシャルエネルギーと呼ばれるものには次の仮定を使用しているものと考えられる。(4.245) が正の場合は、(4.245) の仕事量がコンデンサの静電場の静電氣的ポテンシャルエネルギーとして蓄えられているものとの仮定である。

一般には、‘(4.222) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差はコンデンサの静電氣的ポテンシャルエネルギーと呼ばれるものとは異なる。’

(4.245) が負の場合は、コンデンサの静電場に静電氣的ポテンシャルエネルギーを蓄えたものとは扱わない。一般的には、(4.245) が負の場合は、コンデンサから——そのコンデンサを含む——回路となる系の他の部位にエネルギーを供給したものと仮定する。

(4.271) が成立する場合は、電流 (4.268) では (4.272) になる。電流 (4.272) では電流が負の符号をもつ。電流 (4.272) の場合を考える。コンデンサでは、静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率は (4.252) および (4.259) である。また、コンデンサでは、電力は (4.253) および (4.260) である。

電流 (4.272) が成立する場合のコンデンサ内の静電場での (4.222) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して増加あるいは減少をする。そして、その (4.245) の仕事量は時間に対して増加あるいは減少をする。

$$\frac{dv_{21}(t)}{dt} < 0 \dots (4.271)$$

$$i(t) = c \times \frac{dv_{21}(t)}{dt} < 0 \dots (4.272)$$

(4.273) が成立する場合は、(4.268) では電流 (4.274) になる。(4.274) では電流は零になる。

$$\frac{dv_{21}(t)}{dt} = 0 \dots (4.273)$$

$$i(t) = c \times \frac{dv_{21}(t)}{dt} = 0 \dots (4.274)$$

電流 (4.274) が成立する場合のコンデンサでは、静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率は (4.274) が成立する場合の (4.275) である。また、コンデンサでは、電力は (4.276) である。

(4.273) が成立する場合のコンデンサ内の静電場での (4.222) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して増加および減少をしない。そして、その (4.245) の仕事量は時間に対して増加および減少をしない。

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = 0 \dots (4.275)$$

$$p = \frac{dw_{12}}{dt} = 0 \dots (4.276)$$

本章の最後に、交流および直流についての説明をする。2007年現在の著者の見識では、交流および直流の定義は統一がなく、幾つかの解釈が存在する。本書では次のようにする。

交流および直流は電流の時間に対する特性で区別する。定常電流 (4.89) を直流と呼ぶことがある。直流では電流の向きおよび電流の絶対値での値 (4.277) は変化しない。(4.89) ~ (4.96) は直流の計算である。

$$i(t) = \text{const} \dots (4.89)$$

$$|i_0(t)| \dots (4.277)$$

一方、交流と呼ばれる電流は、周期的に電流の向きおよび電流の絶対値での値 (4.277) が変わる。一般的には、電流の向きは電流の符号 (4.278) および (4.279) で区別する。(4.278) での正の電気量の移動する向きは (4.279) での正の電気量の移動する向きとは逆になることは既に説明した。

$$i(t) > 0 \dots (4.278)$$

$$i(t) < 0 \dots (4.279)$$

ここでの交流および直流の区別では、交流および直流のどちらにも属さない特性を示す電流が存在することになる。

5. 電気量の保存 (conservation of electric charge)

図 4.5 で使用した (4.85) についての説明をする。本書の第 2 回の 2 章で説明した電気量の保存を使用して、(4.85) を説明できる。図 4.5 を図 5.1 に書き直す。図 5.1 で、(4.85) を説明する。図 5.1 の 3 つの導線は位置 p で結ばれている。図 5.1 では各導線を拡大して、(4.85) を説明するための便宜的な図として示している。

$$i = i_1 + i_2 \dots (4.85)$$

電流が生じている各導線内の各直交断面を通過した単位時間当たりの正味の電気量から (4.85) を記述できる。図 5.1 の導線および位置 p には電気量は蓄積されない。このことから、電気量の保存に従うことを前提にすると次のように解釈できる。図 5.1 の導線 1 の断面を通過した電気量は、導線 2 および導線 3 の直交断面を通過する。導線 1 の通過した正味の電気量は、導線 2 の通過した正味の電気量および導線 3 の通過した正味の電気量との和に等しい。

(4.85) の左辺の電流が生じている導線内の直交断面を通過した正味の電気量を (5.1) とする。(4.85) の右辺の第一項に記述している電流が生じている導線内の直交断面を通過した正味の電気量を (5.2) とする。(4.85) の右辺の第二項に記述している電流が生じている導線内の直交断面を通過した正味の電気量を (5.3) とする。

$$q(t) \dots (5.1)$$

$$q_1(t) \dots (5.2)$$

$$q_2(t) \dots (5.3)$$

正味の電気量 (5.1) で記述できる (4.85) の左辺の電流は (5.4) になる。正味の電気量 (5.2) で記述で

きる (4.85) の右辺にある第一項の電流は (5.5) になる. 正味の電気量 (5.3) で記述できる (4.85) の右辺にある第二項の電流は (5.6) になる.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (5.4)$$

$$i_1(t) = \frac{dq_1(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (5.5)$$

$$i_2(t) = \frac{dq_2(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (5.6)$$

そして, 電流 (5.4) ~ 電流 (5.6) を (4.85) に代入すると, (5.7) を記述できる. (5.7) の右辺は, (5.8) に記述できる. 電気量の保存では, (5.8) が成立する正味の電気量 (5.1) ~ 正味の電気量 (5.3) の定義区間内では (5.9) が成立する.

$$\frac{dq(t)}{dt} = \frac{dq_1(t)}{dt} + \frac{dq_2(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (5.7)$$

$$\frac{dq(t)}{dt} = \frac{d(q_1(t) + q_2(t))}{dt}, (dt \neq 0) \dots (5.8)$$

$$q(t) = q_1(t) + q_2(t) \dots (5.9)$$

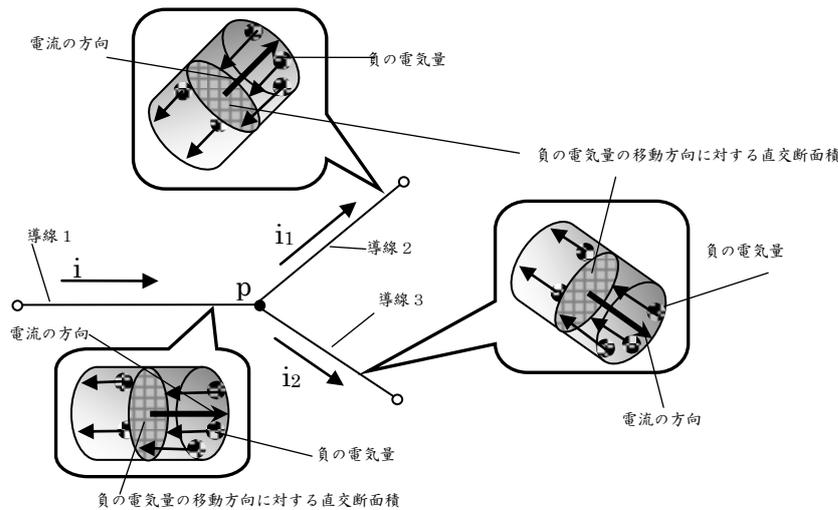


図 5.1 回路での電気量の保存の説明

図 5.2 は 7 つの導線を位置 p で結んでいる. (5.10) の左辺の各電流は, 位置 p に入る向き電流である. (5.10) の右辺の各電流は, 位置 p から出る向き電流である. (4.85) の解釈で使った電気量の保存を前提に, (5.10) を記述できる.

$$i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + i_7(t) = i_3(t) + i_4(t) + i_6(t) \dots (5.10)$$

図 5.2 のように導線が位置 p で結ばれた状態を仮定する. ここでは, この仮定で結ばれた導線の数は n 本とする. 各導線に生じる電流は (5.11) で記述できるものとする. この仮定の各導線に生じる電流は (5.12) を満足するものとする. (5.12) の左辺は位置 p に入る向き電流の和である. (5.12) の右辺は

位置 p から出る向きの電流の和である。(5.12) は電気量の保存を前提として、位置 p に出入する n 個の電流の関係を記述している。(5.12) を記述できる正味の電気量の関数の定義区間内で (5.13) が記述できる。

$$i_k(t) = \frac{dq_k(t)}{dt}, (dt \neq 0, k=1, 2, \dots, n) \dots (5.11)$$

$$\sum_{k=1}^m i_k(t) = \sum_{k=m+1}^n i_k(t) \dots (5.12)$$

$$\sum_{k=1}^m q_k(t) = \sum_{k=m+1}^n q_k(t) \dots (5.13)$$

上述では、(5.12) を電気量の保存を使用して記述した。多くの電気回路論の専門書では、(5.12) をキルヒホッフの第一法則と呼ぶ。キルヒホッフの第一法則は電流連続の法則とも呼ばれることがある。

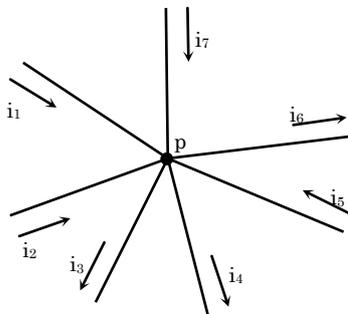


図 5.2 回路での電気量保存の説明

マクスウェルの方程式系を使用して電気量の保存について考える。4章で説明したマクスウェルの方程式系の (4.146) および (4.150) を使用する。

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \dots (4.146)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{j} + \mu_0 \times \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \dots (4.150)$$

(4.150) を使用して、(5.14) を記述する。(5.14) の左辺は、(5.15) になる。

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla \cdot (\mu_0 \times \mathbf{j}) + \nabla \cdot \left(\mu_0 \times \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \dots (5.14)$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = 0 \dots (5.15)$$

(4.150) の左辺には (5.16) が成立するものとする。(5.16) の発散を (5.17) で記述する。(5.17) は (5.18) に記述できる。(5.18) の各項の関係では、(5.19) が成立するものと仮定すると、(5.20) が成立する。

$$\nabla \times \mathbf{B} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) \mathbf{e}_x + \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) \mathbf{e}_y + \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \mathbf{e}_z \dots (5.16)$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \dots (5.17)$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = \frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 B_y}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 B_z}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 B_x}{\partial z \partial y} \dots (5.18)$$

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 B_y}{\partial z \partial x}, \frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 B_z}{\partial y \partial x}, \frac{\partial^2 B_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^2 B_x}{\partial z \partial y} \dots (5.19)$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 B_y}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 B_z}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 B_y}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 B_x}{\partial z \partial y} = 0 \dots (5.20)$$

(5.15) を (5.14) の左辺に代入すると, (5.21) になる. (5.21) は (5.22) で記述できる. ガウスの法則 (4.146) および (5.22) を使用すると, (5.23) を記述できる. (5.23) は (5.24) になる. 計算の便宜のために (5.24) を使用することがある.

$$0 = \mu_0 \times \nabla \cdot \mathbf{j} + \mu_0 \times \frac{\partial (\nabla \cdot \mathbf{D})}{\partial t} \dots (5.21)$$

$$0 = \nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial (\nabla \cdot \mathbf{D})}{\partial t} \dots (5.22)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \dots (5.23)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \dots (5.24)$$

(5.25) および (5.26) が成立する場合で (5.24) を考える. (5.27) を仮定する. この場合は, (5.23) の左辺の第一項には (5.28) が成立する. (5.26) を使用すると, (5.23) の左辺の第二項には (5.29) が成立する. (5.28) および (5.29) は (5.23) を満足する.

$$\mathbf{j} = \text{const} \dots (5.25)$$

$$\rho = \text{const} \dots (5.26)$$

$$\mathbf{j} = \mathbf{v}_a \times \rho \dots (5.27)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \dots (5.28)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \dots (5.29)$$

図 5.3 を使用して (5.23) の電気量の保存について考える. (5.24) の両辺に体積積分をすると, (5.30) を記述できる. (5.30) の左辺にガウスの発散定理を使用すると (5.31) の左辺になる. (5.30) の右辺は (5.31) の右辺に記述できるものとする. (5.32) の右辺の単位法線ベクトル \mathbf{n} は図 5.3 のように体積内の内から外へ向かう方向であるものとする. (5.31) の右辺の体積積分には (5.33) が成立するものとする. (5.33) の左辺は電気量とする. 電気量 (5.33) を (5.31) の右辺に代入すると (5.34) の右辺になる. (5.34) は (5.35) に記述できる.

$$\int_V (\nabla \cdot \mathbf{j}) \cdot dV = \int_V \left(-\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dV \dots (5.30)$$

$$\int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV \dots (5.31)$$

$$d\mathbf{S} = \mathbf{n} \cdot dS \dots (5.32)$$

$$q = \int_V \rho dV \dots (5.33)$$

$$\int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial q}{\partial t} \dots (5.34)$$

$$\int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} + \frac{\partial q}{\partial t} = 0 \dots (5.35)$$

図 5.3 の体積内に在る電気量にも電気量の保存が成立する. 図 5.3 の体積内の電気量には入った電気量および出た電気量による体積内の電気量の変化が生じるものと解釈できる. (5.35) の面積分は, 図 5.3 で体積の左側の直交断面積から入った電流および右側の直交断面積から出た電流の総和を記述している.

(5.35) の左辺の第二項は図 5.3 の体積内に在る電気量の時間に対する変化率である. (5.35) ではその電気量の時間に対する変化率および単位時間内にその体積に出入した電気量の総和による和は零になる. このことで, 導線内の電流に於ける電気量の保存が成立しているものと説明される. また, (5.33) の左辺が時刻を独立変数とする関数の場合は, (5.35) は (5.36) のように微分の記号を使用できる.

$$\int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} + \frac{dq(t)}{dt} = 0 \dots (5.36)$$

これらのことから, (5.23) にも電気量の保存を記述しているものと解釈することがある. そして, (5.23) を連続の方程式と呼ぶことがある.

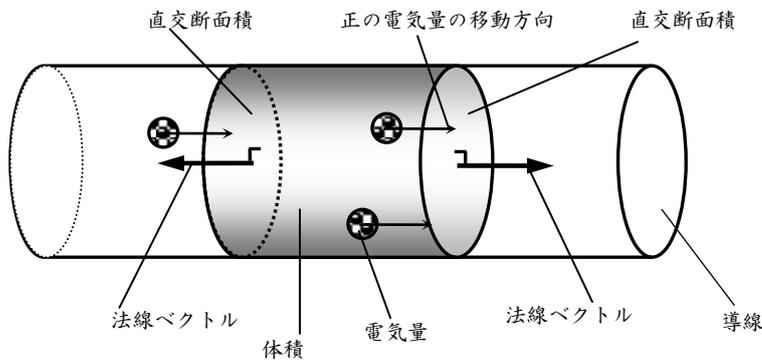


図 5.3 マクスウェルの方程式系での電気量の保存の説明

6. 電気抵抗 (electric resistance)

導体の特性として、電気抵抗を考えることができる。電圧および定常電流を使用して、(6.1) で電気抵抗を定義する。(6.1) の左辺は導体上の 2 点間の電気抵抗を意味する。図 6.1 で電気抵抗 (6.1) を説明する。図 6.1 の位置 1 および位置 2 の間での、その導体——本書では、回路論であるので特に断りがなければ導体を導線で扱う。——の電気抵抗を (6.1) で定義する。(6.1) の右辺の分母に記述してある (6.2) は定常電流である。この電流の正の方向は図 6.1 のように左から右へとする。(6.1) の右辺の分子に記述してある (6.3) は電圧である。電圧 (6.3) の電位 V_1 の位置 1 および電位 V_2 の位置 2 は図 6.1 のように与える。

$$R \equiv \frac{V_{21}}{I}, (I \neq 0) \cdots (6.1) \text{ 導体の位置 1 および位置 2 の間での電気抵抗}$$

$$I \cdots (6.2)$$

$$V_{21} = V_1 - V_2 \cdots (6.3)$$

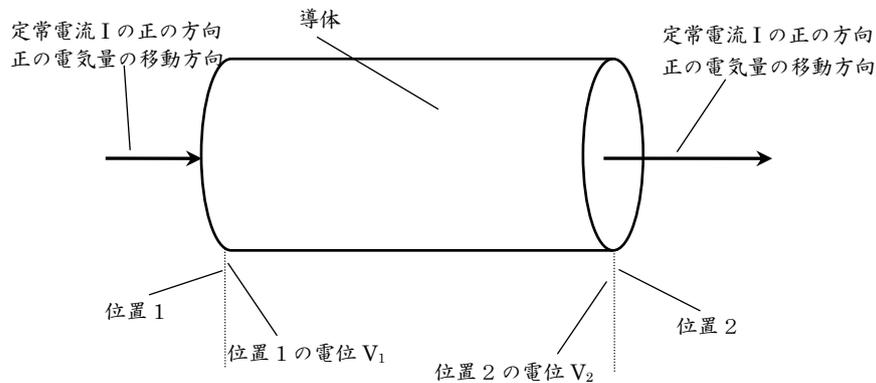


図 6.1 電気抵抗の説明

大学課程の電気回路論 I で扱う——著者の経験での——普通の電気抵抗では図 6.1 のように定常電流が生じると、位置 1 の電位および位置 2 の電位は (6.4) の関係になる。(6.4) ならば電圧 (6.5) が成立する。普通の電気抵抗での図 6.1 のような導線として扱う (6.5) の場合には、正の電気量は位置 1 から位置 1 よりも電位の低い位置 2 へ移動する。そして、電圧 (6.5) と対になって生じる正の電気量の移動で与える定常電流 (6.2) を考える。その定常電流の符号は (6.6) になる。電圧 (6.5) および定常電流 (6.6) が成立するならば電気抵抗 (6.1) は (6.7) のように正の値になる。

導線の電気抵抗 (6.7) は、(6.5) および (6.6) を仮定して与えたものである。しかし、電気抵抗 (6.7) の場合には、図 6.1 とは逆に $V_{21} = V_1 - V_2 < 0$ と対になって生じる正の電気量で与える定常電流の符号は $I < 0$ になる。 $V_{21} = V_1 - V_2 < 0$ ならば正の電気量が位置 2 から位置 2 より電位の低い位置 1 へ移動する。この定常電流の符号 $I < 0$ は、電圧 (6.5) と対になる定常電流 (6.6) を与えた正の電気量の移動方向とは逆になっていることで定常電流の符号を負 $I < 0$ として扱うことができる。

$$V_1 > V_2 \cdots (6.4)$$

$$V_{21} = V_1 - V_2 > 0 \cdots (6.5)$$

$$I > 0 \dots (6.6)$$

$$R = \frac{V_{21}}{I} > 0, (I \neq 0) \dots (6.7)$$

SIを使用すると、電気抵抗 (6.1) の単位は (6.8) になる。(6.8) の左辺の単位は、オームと呼ぶ。(6.8) の左辺の ohm を SI の記号で記述すると (6.9) のように Ω を使用する。電気抵抗の単位 Ω は SI での基本単位には選ばれていない。SI の組立単位として、電気抵抗の単位 Ω は与えられている。電気抵抗は SI の組立量として与えられている。

$$1 \text{ ohm} = 1 \text{ volt per ampere} \dots (6.8)$$

$$\Omega \dots (6.9)$$

電気抵抗の 1Ω は (6.8) を使用すると、(6.10) で記述できる。SI の基本単位だけを使用しても、(6.8) および (6.10) の左辺を記述できる。しかし、一般的には (6.8) あるいは (6.10) のように電気抵抗の 1Ω を定義する。

$$1 \Omega = 1 \text{ V/A} \dots (6.10)$$

第 5 回では電気抵抗 (6.1) の左辺を分母にした (6.11) でコンダクタンスを定義する。コンダクタンス (6.11) の左辺の単位は、SI では (6.12) になる。(6.12) の左辺の単位は、ジーメンズと呼ぶ。(6.12) の左辺の siemens を SI の記号で記述すると (6.13) のように S を使用する。ジーメンズ S は SI での基本単位には選ばれていない。SI の組立量として、コンダクタンスは与えられている。ジーメンズは SI の組立単位として与えられている。

コンダクタンスの 1 S は (6.12) あるいは (6.14) で記述できる。SI の基本単位だけを使用しても、(6.12) および (6.14) の左辺を記述できる。しかし、一般的には (6.12) あるいは (6.14) のようにコンダクタンスの 1 S を定義する。

$$G \equiv \frac{1}{R}, (R \neq 0) \dots (6.11)$$

$$1 \text{ siemens} = 1 \text{ ampere per volt} \dots (6.12)$$

$$\text{S} \dots (6.13)$$

$$1 \text{ S} = 1 \text{ A/V} \dots (6.14)$$

電気抵抗 (6.1) を使用して、電圧、定常電流および電気抵抗の関係を (6.15) で記述することがある。ただし、(6.15) では (6.15) の右辺の電気抵抗 R は存在することを仮定して記述する。

$$V_{21} = R \times I \dots (6.15)$$

また、コンダクタンス (6.11) を使用して、電圧、定常電流およびコンダクタンスの関係を (6.16) で記述することがある。ただし、(6.16) では (6.16) の右辺のコンダクタンス G は存在することを仮定して記述する。

$$I = G \times V_{21} \dots (6.16)$$

しかし、電気抵抗 (6.1) の定義では、電気抵抗 (6.1) の左辺は関数の場合および関数でない場合を含

む記述である。このことは、電気抵抗 (6.1) では定義区間および値域が与えられていないことから明らかである。

電気抵抗 (6.1) の左辺が関数でない場合で定数 (6.17) の場合を考える。電気抵抗 (6.17) が定数であるので (6.17) の値は電気抵抗 (6.1) の右辺の電圧および定常電流のみで一意に決定する。また、電気抵抗 (6.17) が成立するならば、電気抵抗 (6.1) での右辺の定常電流の値に対する電圧の値の対応が一意に決定する。そして、(6.15) を使用すると電圧 (6.18) を記述できる。(6.18) の左辺の記述では、(6.18) の左辺の関数は定常電流 (6.2) を独立変数とする。電圧 (6.18) の関数は、定常電流で定義区間を与えられることになる。7章で (6.18) の場合について考える。

$$R = \text{const.} \dots (6.17)$$

$$V_{21}(I) = R \times I, (R = \text{const.}) \dots (6.18)$$

電気抵抗 (6.1) の左辺が関数の場合を考える。電気抵抗 (6.1) の左辺が定常電流を独立変数とする関数である場合を電気抵抗 (6.19) で考える。電気抵抗 (6.19) は定義区間を与えられている。(6.19) の左辺の関数が連続な関数であることを仮定する。電気抵抗 (6.19) の左辺の微分を (6.20) で記述する。電気抵抗の微分 (6.20) には (6.21) を仮定する。(6.20) から (6.22) を記述できる。

$$R(I) = \frac{V_{21}(I)}{I}, (I \neq 0) \dots (6.19)$$

$$dR(I) = R'(I) \times dI, (dI = h) \dots (6.20)$$

$$R'(I) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{R(I+h) - R(I)}{h} \dots (6.21)$$

$$\frac{dR(I)}{dI} = R'(I), (dI \neq 0) \dots (6.22)$$

(6.22) に (6.23) を仮定する。(6.23) の右辺の電気抵抗の微分は (6.24) で記述できる。電気抵抗の微分 (6.24) では (6.25) を仮定する。(6.24) を使用すると、(6.26) を記述できる。

$$\frac{dR(I)}{dI} = \frac{dR(t)}{dt} \times \frac{dt}{dI}, (dI \neq 0) \dots (6.23)$$

$$dR(t) = R'(t) \times dt, (dt = h) \dots (6.24)$$

$$R'(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{R(t+h) - R(t)}{h} \dots (6.25)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = R'(t), (dt \neq 0) \dots (6.26)$$

さらに、(6.27) を仮定する。一方、(6.23) の右辺の (6.28) は定常電流に対しては成立しない。このために、(6.23) の仮定は成立しない。しかし、定常電流における仮定 (6.27) は記述可能である。

また、定常電流に対しては (6.29) になる。(6.30) が成立しても (6.23) は成立しない。しかし、(6.30) が成立すると、(6.29) および (6.31) の場合でも (6.27) を満足する。また、(6.29) および (6.31) が成立するならば、(6.27) では (6.30) になる。

$$\frac{dR(t)}{dt} = \frac{dR(I)}{dI} \times \frac{dI(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (6.27)$$

$$\frac{dI}{dI}, (dI \neq 0) \dots (6.28)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = 0, (dt \neq 0) \dots (6.29)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = 0, (dt \neq 0) \dots (6.30)$$

$$\frac{dR(I)}{dI} = 0, (dI \neq 0) \dots (6.31)$$

(6.31) の場合は、電気抵抗 (6.19) は (6.32) で記述できる。電気抵抗 (6.32) の右辺を (6.33) で記述するならば、電気抵抗 (6.32) を使用して電圧 (6.34) を記述できる。ただし、電圧 (6.34) の記述は電圧 (6.18) と同じであるが、電圧 (6.34) は (6.31) が成立する定常電流 I の近傍で記述できる。

$$R(I) = \frac{V_{21}(I)}{I} = \text{const.}, (I \neq 0) \dots (6.32)$$

$$R(I) = R \dots (6.33)$$

$$V_{21}(I) = R \times I, (R = \text{const.}) \dots (6.34)$$

電気抵抗 (6.19) を使用すると、電圧 (6.35) を記述できる。定常電流 (6.36) の場合は、電圧 (6.35) は (6.37) になる。定常電流 (6.38) の場合は、電圧 (6.35) は (6.39) になる。

$$V_{21}(I) = R(I) \times I \dots (6.35)$$

$$I_1 \dots (6.36)$$

$$V_{21}(I_1) = R(I_1) \times I_1 \dots (6.37)$$

$$I_2 \dots (6.38)$$

$$V_{21}(I_2) = R(I_2) \times I_2 \dots (6.39)$$

電圧 (6.37) および電圧 (6.39) の和は電圧 (6.40) で記述できる。定常電流 (6.41) の場合は、電圧 (6.35) は (6.42) になる。一般には、電圧 (6.40) および電圧 (6.42) の関係は (6.43) になる。付録ivに線形素子および関数の線形結合についての説明をしてある。

$$V_{21}(I_1) + V_{21}(I_2) = R(I_1) \times I_1 + R(I_2) \times I_2 \dots (6.40)$$

$$I_1 + I_2 \dots (6.41)$$

$$V_{21}(I_1 + I_2) = R(I_1 + I_2) \times (I_1 + I_2) \dots (6.42)$$

$$V_{21}(I_1 + I_2) \neq V_{21}(I_1) + V_{21}(I_2) \dots (6.43)$$

電圧 (6.35) の左辺の微分を (6.44) で記述できる。電圧の微分 (6.44) では定常電流の微分 (6.45) および (6.46) を仮定する。電圧の微分 (6.44) を使用して (6.47) を記述できる。一般には、(6.47) は電子回路論で使用していることがあり、(6.47) を微分抵抗と呼ぶことがある。測定した数値あるいはグラフなどで、(6.47) を使用する場合は次のようになることがある。実際には (6.47) の計算は (6.46) を使用できないことで数値解析での近似した計算で使用することが考えられる。このために、(6.46) を使用しないで、(6.48) を計算して考察することがある。

$$dV_{21}(I) = V'_{21}(I) \times dI \dots (6.44)$$

$$dI = h \cdots (6.45)$$

$$V'_{21}(I) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{V_{21}(I+h) - V_{21}(I)}{h} \cdots (6.46)$$

$$\frac{dV_{21}(I)}{dI} = V'_{21}(I), (dI \neq 0) \cdots (6.47)$$

$$\frac{V_{21}(I_2) - V_{21}(I_1)}{I_2 - I_1}, (I_2 - I_1 \neq 0) \cdots (6.48)$$

(6.46) の左辺を定数 (6.49) とする. 電圧の微分 (6.44) を使用して, 積分 (6.50) を記述する. 積分 (6.50) を計算すると, (6.51) になる. (6.51) を使用して, 電圧 (6.52) を記述する. 定常電流 (6.36) を使用して, (6.53) の関係を仮定すると電圧 (6.52) は (6.54) になる. 電圧 (6.54) を使用して, 電気抵抗 (6.55) を記述できる. 定常電流の微分 (6.56) が成立すると (6.47) は成立しないが, 定常電流の微分 (6.56) が成立しても電気抵抗 (6.55) は成立する. 電気抵抗 (6.55) を使用して, 電気抵抗 (6.57) を仮定する. 電圧 (6.54) および電気抵抗 (6.57) を使用すると, 電圧 (6.58) を記述できる. (6.49) および電圧 (6.53) が成立する定常電流の近傍で (6.58) は記述できる.

$$V'_{21}(I) = \text{const.} \cdots (6.49)$$

$$\int_{V_1}^{V_{21}} dV_{21} = V'_{21}(I) \times \int_{I_1}^I dI \cdots (6.50)$$

$$(V_{21} - V_1) = V'_{21}(I) \times (I - I_1) \cdots (6.51)$$

$$V_{21}(I) = V'_{21}(I) \times I - V'_{21}(I) \times I_1 + V_1 \cdots (6.52)$$

$$V_{21}(I_1) = V_1 = V'_{21}(I_1) \times I_1 \cdots (6.53)$$

$$V_{21}(I) = V'_{21}(I) \times I \cdots (6.54)$$

$$\frac{V_{21}(I)}{I} = V'_{21}(I), (I \neq 0) \cdots (6.55)$$

$$dI = 0 \cdots (6.56)$$

$$V'_{21}(I) = R (= \text{const.}) \cdots (6.57)$$

$$V_{21}(I) = R \times I \cdots (6.58)$$

電圧 (6.59) の合成関数を仮定して, 電圧を時刻の関数として記述する. 電流 (6.60) の場合は, 電圧 (6.59) では電圧 (6.61) になるものとする. 電圧 (6.62) の場合は, 電圧 (6.63) の関係を満足する.

$$v_{21}(t) = (V_{21} \circ I)(t) \cdots (6.59)$$

$$I = 0 \cdots (6.60)$$

$$v_{21} = V_{21} = 0 \cdots (6.61)$$

$$V_{21} = -V_{12} \cdots (6.62)$$

$$v_{21}(t) = -v_{12}(t) \cdots (6.63)$$

(4.222) を使用すると静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率は (6.64) で記述できる. 電圧 (6.59) を使用すると (6.64) の右辺は (6.65) で記述できる.

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = \Delta V_{12} \cdot i(t), (dt \neq 0) \dots (4.222)$$

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = V_{12} \cdot I(t), (dt \neq 0) \dots (6.64)$$

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = v_{12}(t) \cdot I(t), (dt \neq 0) \dots (6.65)$$

(4.244) を使用すると仕事量の時間に対する変化率は電力 (6.66) で記述できる. 電圧 (6.59) を使用すると電力 (6.66) の右辺は電力 (6.67) で記述できる.

$$\frac{dw_{12}(t)}{dt} = \Delta V_{21} \cdot i(t), (dt \neq 0) \dots (4.244)$$

$$p = \frac{dw_{12}(t)}{dt} = V_{21} \cdot I(t), (dt \neq 0) \dots (6.66)$$

$$p = \frac{dw_{12}(t)}{dt} = v_{21}(t) \cdot I(t), (dt \neq 0) \dots (6.67)$$

電圧 (6.68), 電圧 (6.69) および電流 (6.70) を使用して (6.65) および (6.67) を考える. (6.68) ~ (6.70) の符号は以下の静電的ポテンシャルエネルギーの差および仕事量の考察において決定する.

$$v_{12}(t) \dots (6.68)$$

$$v_{21}(t) \dots (6.69)$$

$$I(t) \dots (6.70)$$

(6.71) の場合は, 静電的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する増加を意味する. (6.72) の場合は, 仕事量の時間に対する減少を意味する. (4.239) を使用すると, (6.71) および (6.72) は同時に成立していることになる.

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = v_{12}(t) \cdot I(t) > 0, (dt \neq 0) \dots (6.71)$$

$$p = \frac{dw_{12}(t)}{dt} = v_{21}(t) \cdot I(t) < 0, (dt \neq 0) \dots (6.72)$$

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = -\frac{dw_{12}(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (4.239)$$

しかし, 著者の見識では 2007 年現在の電気回路論での 一般的な電気抵抗の特性として (6.71) および (6.72) は成立しない. 電位の高い位置から電位の低い位置へと正の電気量の移動方向になるためである. このことには図 6.1 の電流の正の方向および電圧の符号の関係を説明した (6.4) ~ (6.7) の説明を使用できる.

一方, 2007 年現在の電子回路論で紹介される負性抵抗の特性としては (6.71) および (6.72) を示すことが可能である. この微分抵抗を使用した負性抵抗では (6.73) になる.

$$\frac{dV_{21}(I)}{dI} = V'_{21}(I) < 0, (dI \neq 0) \dots (6.73)$$

(6.44) ~ (6.46) を使用すると, (6.73) では電圧の微分 (6.74) を記述できる. (6.75) を仮定した数学での考察では, 電圧の微分 (6.74) の符号は (6.76) あるいは (6.77) となる. (6.76) あるいは (6.77) では (6.71) および (6.72) が成立することは考えられる. ただし, (6.76) および (6.77) では電圧および電流の微分での考察であるが, (6.71) および (6.72) では電圧および電流での考察である.

$$dV_{21}(I) = V'_{21}(I)dI \dots (6.74)$$

$$V'_{21}(I) < 0 \dots (6.75)$$

$$\begin{cases} dV_{21}(I) < 0 \\ dI > 0 \end{cases} \dots (6.76)$$

$$\begin{cases} dV_{21}(I) > 0 \\ dI < 0 \end{cases} \dots (6.77)$$

(6.71) および (6.72) の特性は起電力についても成立する. 起電力 (3.4) で移動する正の電気量の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の増加では (4.239) において仕事率が減少する場合が考えられる. この場合は (6.72) の符号に一致するものである. ただし, 3章の起電力での考察である.

(6.78) の場合は, 静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する減少を意味する. (6.79) の場合は, 仕事量の時間に対する増加を意味する. (4.239) を使用すると, (6.78) および (6.79) は同時に成立していることになる.

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = v_{12}(t) \cdot I(t) < 0, (dt \neq 0) \dots (6.78)$$

$$p = \frac{dw_{12}}{dt} = v_{21}(t) \cdot I(t) > 0, (dt \neq 0) \dots (6.79)$$

(6.78) および (6.79) は, 著者の見識では 2007 年現在の電気回路論での一般的な電気抵抗の特性を示している. 一般的な電気抵抗では (6.78) のように正の点電荷に作用する静電氣力に定義した静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して減少する. そして, (6.79) のようにその電気抵抗での正の点電荷に作用する静電氣力のなす仕事量は時間に対して増加する.

電気抵抗 (6.80) を仮定する. 電気抵抗 (6.80) を使用すると電力 (6.67) は電力 (6.81) および電力 (6.82) に記述できる. 電力 (6.81) の電流は 2 乗であり, 電気抵抗 (6.80) の符号を考えると電力 (6.81) の左辺の符号は正になる. 電力 (6.82) の電圧は 2 乗であり, 電気抵抗 (6.80) の符号を考えると電力 (6.82) の左辺の符号は正になる.

$$R = \frac{v_{21}(t)}{I(t)} > 0, (I \neq 0) \dots (6.80)$$

$$p = \frac{dw_{12}(t)}{dt} = R \times (I(t))^2 > 0 \dots (6.81)$$

$$p = \frac{dw_{12}(t)}{dt} = \frac{(v_{21}(t))^2}{R} > 0 \dots (6.82)$$

電力 (6.81) および電力 (6.82) の仕事量は増加している. (4.239) を使用すると, 静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率は (6.83) になる. (6.80) の抵抗では, (6.83) の静電氣的ポテ

ンシャルエネルギーの差は時間に対して減少する。

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = -\frac{dw_{12}(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (4.239)$$

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} < 0, (dt \neq 0) \dots (6.83)$$

抵抗率——英語では Resitivity となる。—— (6.84) を定義する。本書では等方性の物質——電気的特性がすべての方向において同じ物質のことである。——については、抵抗率を (6.85) で定義する。また、本書では、(6.85) の (6.86) は静電場ベクトルとする。(6.85) の (6.87) は電流密度である。

抵抗率の SI の単位の記号は (6.88) で記述できる。抵抗率は SI の基本量ではない。

$$\rho \dots (6.84)$$

$$\mathbf{E} = \rho \times \mathbf{j} \dots (6.85)$$

$$\mathbf{E} \dots (6.86)$$

$$\mathbf{j} \dots (6.87)$$

$$\Omega \text{ m} \dots (6.88)$$

導電率——英語では Conductivity となる。——を (6.89) とする。(6.85) および (6.89) を使用すると、(6.90) を記述できる。ただし、本書では等方性の物質に (6.89) の導電率を与える。

SI では、導電率 (6.89) の左辺の単位の記号は (6.91) で記述できる。導電率は SI の基本量ではない。

$$\sigma = \frac{1}{\rho}, (\rho \neq 0) \dots (6.89)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \times \mathbf{E} \dots (6.90)$$

$$\Omega^{-1} \text{ m}^{-1} \dots (6.91)$$

等方性の物質である導体における抵抗率について計算する。この計算では、図 6.2 を使用する。図 6.2 の導体の内部には、(6.86) の静電場が生じているものとする。その静電場ベクトルの向きは図 6.2 の直交断面積に垂直になる。そして、この静電場ベクトルは図 6.2 の導体のすべての点——位置のこと。——において等しいものとする。

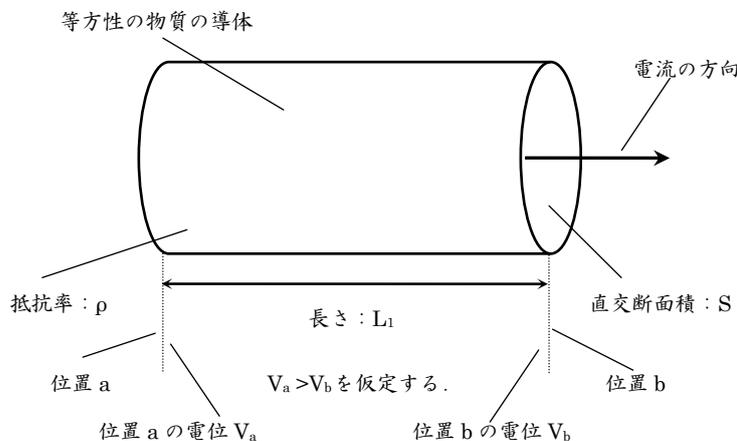


図 6.2 等方性の導体における抵抗率の説明

ここでは、本書の第4回の4章で計算した一様な静電場での電位差の計算を使用する。図 6.2 の導体内の正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量を (6.91) で記述する。(6.91) では (6.92) の点電荷が位置 a から位置 b に移動したものと仮定した場合の仕事量を記述している。図 6.2 の導体内の位置 a および位置 b における静電的ポテンシャルエネルギーの変化量および仕事量の関係を (6.93) で記述できる。静電場内の位置 a から位置 b へ移動する点電荷 (6.92) で記述する電位差は (6.94) で与えられる。電圧 (6.94) の右辺の分子に (6.93) を代入すると電圧 (6.95) になる。電圧 (6.95) の右辺の仕事量に (6.91) を代入すると、電圧 (6.96) になる。(6.96) の左辺は電圧である。電圧 (6.96) の右辺の負の符号は (6.93) の関係の負の符号が残ったものである。

$$W_{ab} = \int_a^b (q \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{s} \dots (6.91)$$

$$q > 0 \dots (6.92) \text{ 電気量}$$

$$\Delta U_{ab} = -W_{ab} \dots (6.93)$$

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a = \frac{\Delta U_{ab}}{q} \dots (6.94) \text{ 電位差}$$

$$\Delta V_{ab} = \frac{-W_{ab}}{q} \dots (6.95)$$

$$\Delta V_{ab} = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \dots (6.96)$$

電圧 (6.96) の右辺を計算する。電圧 (6.96) の右辺での静電場ベクトルの大きさを (6.97) とする。電圧 (6.96) の右辺での変位ベクトルの大きさを (6.98) とする。(6.97) および (6.98) を使用すると、電圧 (6.96) の右辺の内積は (6.99) で記述できる。電圧 (6.96) および内積 (6.99) を使用すると、電圧 (6.100) を記述できる。図 6.2 では静電場ベクトルの向きに電流が生じている。図 6.2 の電流は直交断面に直角の角度なので、正の点電荷 (6.92) も静電場ベクトルの向きに進む。このために、静電場ベクトルの向きと正の点電荷 (6.92) の向きは 0° になる。このことから、(6.101) を満足する。(6.101) を電圧 (6.100) の右辺に代入すると、電圧 (6.102) になる。電圧 (6.102) を電圧 (6.103) に書き直す。

$$E = |\mathbf{E}|, (E > 0) \dots (6.97)$$

$$ds = |d\mathbf{s}|, (ds > 0) \dots (6.98)$$

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E \times ds \times \cos\theta \dots (6.99)$$

$$\Delta V_{ab} = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\int_a^b E \times ds \times \cos\theta = -E \times \cos\theta \int_a^b ds = -E \times \cos\theta \times (b-a) \dots (6.100)$$

$$\cos\theta = 1 \dots (6.101)$$

$$\Delta V_{ab} = -E \times (b-a) \dots (6.102)$$

$$\Delta V_{ab} = E \times (a-b) \dots (6.103)$$

図 6.2 の電流の向きのために、正の点電荷 (6.92) は位置 a から位置 b へ向かって移動する。正の点電荷は電位の高いほうから低い電位のほうへ移動することは (2.52) で説明した。このために、図 6.2 の電

位は電圧 (6.104) の関係であるものとする. 電圧 (6.103) および電圧 (6.104) を使用すると, (6.105) になる.

$$\Delta V_{ab} = V_b - V_a < 0 \dots (6.104)$$

$$a < b \dots (6.105)$$

電圧 (6.103) の積分区間の差を (6.106) とすると, 電圧 (6.103) を電圧 (6.107) で記述できる. ここで, 電圧 (6.108) を定める. また, 電圧 (6.107) の左辺および電圧 (6.108) の左辺は (6.109) の関係になる.

$$L = a - b < 0 \dots (6.106)$$

$$\Delta V_{ab} = E \times L \dots (6.107)$$

$$\Delta V_{ba} = V_a - V_b > 0 \dots (6.108)$$

$$\Delta V_{ba} = -\Delta V_{ab} \dots (6.109)$$

さらに, (6.110) を定めると, (6.106) および (6.110) の関係は (6.111) になる. 電圧 (6.107) および電圧 (6.109) を使用すると, 電圧 (6.112) を記述できる. (6.111) および電圧 (6.112) を使用すると, 電圧 (6.113) を記述できる.

$$L_1 = b - a > 0 \dots (6.110)$$

$$L_1 = -L \dots (6.111)$$

$$\Delta V_{ba} = -E \times L \dots (6.112)$$

$$\Delta V_{ba} = E \times L_1 \dots (6.113)$$

図 6.2 の電流 I の電流密度ベクトルの大きさを (6.114) とする. 電流および電流密度の関係には電流 (6.115) が成立するものとする. 電圧 (6.113) および電流 (6.115) を使用すると, 電場ベクトル (6.85) では (6.116) を記述できる. (6.116) を (6.117) に書き直す.

$$j = |j| \dots (6.114)$$

$$I = j \times S \dots (6.115)$$

$$\frac{\Delta V_{ba}}{L_1} = \rho \times \frac{I}{S}, (S \neq 0) \dots (6.116)$$

$$\frac{\Delta V_{ba}}{I} = \rho \times \frac{L_1}{S}, (I \neq 0) \dots (6.117)$$

電気抵抗 (6.1) を使用すると, (6.117) は電気抵抗 (6.118) に記述できる. (6.118) では電気抵抗およびその電気抵抗を示す導線の長さおよび断面積で抵抗率を記述できる. 一般には, 電気抵抗 (6.118) を抵抗率の定義としている文献もある. しかし, 本書の第5回では (6.85) を抵抗率の定義として与えた.

$$R = \rho \times \frac{L_1}{S} \dots (6.118)$$

(6.119) では抵抗率を関数で記述している. 抵抗率 (6.119) では温度 (6.120) の左辺を独立変数としている. (6.120) の温度は抵抗率を考える対象の温度である. SI では熱力学温度は基本量に選ばれている. ただし, 熱力学温度の SI の基本単位は kelvin である. kelvin を SI の記号で記述すると (6.121)

である。(6.120) での右辺の各項の SI での単位は, kelvin であり, (6.120) の右辺の第一項は (6.122) になる.

$$\rho(t_T) \Omega \text{ m} \cdots (6.119)$$

$$t_T \text{ } ^\circ\text{C} = T - T_0, (T_0 = 273.15 \text{ K}) \cdots (6.120)$$

$$\text{K} \cdots (6.121)$$

$$T \text{ K} \cdots (6.122) \text{ 熱力学温度}$$

抵抗率 (6.119) を考えるのは, 電気抵抗が温度の影響を受けて変化するためである. 電気抵抗になる物体に電圧および電流を与え続けるとその物体の温度が上昇することが考えられる. この抵抗の温度の上昇は, 電力 (6.81) あるいは電力 (6.82) の仕事量が時間に対して増加することに関係がある. 一般には, この増加した仕事量は抵抗の熱としてほとんど外部に伝わるものと扱われる. ここでは, テイラー級数を使用して抵抗率 (6.119) の考察をする.

$$p = \frac{dw_{12}(t)}{dt} = R \times (I(t))^2 > 0, (i(t) > 0) \cdots (6.81)$$

$$p = \frac{dw_{12}(t)}{dt} = \frac{(v_{21}(t))^2}{R} > 0, (i(t) > 0) \cdots (6.82)$$

(6.123) の左辺は抵抗率 (6.119) である. (6.123) は抵抗率 (6.119) の点 (6.124) におけるテイラー級数である. (6.125) が (6.126) を満足する場合で, 抵抗率 (6.123) を記述できるものとする.

$$\rho(t_T) = \rho(t_{T_0}) + \rho'(t_{T_0})(t_T - t_{T_0}) + \cdots + \frac{\rho^{(n)}(t_{T_0})}{n!} (t_T - t_{T_0})^n + \cdots \cdots (6.123)$$

$$\rho(t_{T_0}) \cdots (6.124)$$

$$R_n(t_{T_0}, t_T) = \rho(t_T) - \left(\rho(t_{T_0}) + \rho'(t_{T_0})(t_T - t_{T_0}) + \cdots + \frac{\rho^{(n)}(t_{T_0})}{n!} (t_T - t_{T_0})^n \right) \cdots (6.125)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(t_{T_0}, t_T) = 0 \cdots (6.126)$$

抵抗率 (6.123) の 近似式 (6.127) が成立する近傍 で以下の考察をする. (6.127) の右辺を抵抗率 (6.128) で記述する.

$$\rho(t_T) \approx \rho(t_{T_0}) + \rho'(t_{T_0})(t_T - t_{T_0}) \cdots (6.127)$$

$$\rho_{a1}(t_T) = \rho(t_{T_0}) + \rho'(t_{T_0})(t_T - t_{T_0}) \cdots (6.128)$$

抵抗率 (6.128) を使用して, 抵抗率 (6.129) の右辺を記述する. 抵抗率 (6.119) に (6.130) を仮定する. (6.130) の左辺には (6.131) が成立するものとする. (6.131) を抵抗率 (6.129) の右辺に代入すると, 抵抗率 (6.132) を記述できる. (6.133) を仮定すると, 抵抗率 (6.132) の右辺は抵抗率 (6.134) で記述できる. (6.133) の左辺を 抵抗の温度係数 と呼ぶ.

$$\rho_{a1}(t_T) = \rho(t_{T_0}) \left(1 + \frac{\rho'(t_{T_0})}{\rho(t_{T_0})} (t_T - t_{T_0}) \right), (\rho(t_{T_0}) \neq 0) \cdots (6.129)$$

$$\rho'(t_{T_0}) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\rho(t_{T_0} + h) - \rho(t_{T_0})}{h} \cdots (6.130)$$

$$\frac{d\rho(t_{T0})}{dt_T} = \rho'(t_{T0}), (dt_T \neq 0) \cdots (6.131)$$

$$\rho_{a1}(t_T) = \rho(t_{T0}) \left(1 + \frac{1}{\rho(t_{T0})} \times \frac{d\rho(t_{T0})}{dt_T} (t_T - t_{T0}) \right), (\rho(t_{T0}) \neq 0, dt_T \neq 0) \cdots (6.132)$$

$$\alpha = \frac{1}{\rho(t_{T0})} \times \frac{d\rho(t_{T0})}{dt_T}, (\rho(t_{T0}) \neq 0, dt_T \neq 0) \cdots (6.133)$$

$$\rho_{a1}(t_T) = \rho(t_{T0}) (1 + \alpha \times (t_T - t_{T0})), (\rho(t_{T0}) \neq 0, dt_T \neq 0) \cdots (6.134)$$

抵抗率 (6.119) で (6.123) を使用して, (6.135) が成立する場合を考える. (6.135) を使用して, (6.136) が成立する近傍で以下の考察をする.

$$\frac{\rho(t_T) - \rho(t_{T0})}{(t_T - t_{T0})} = \rho'(t_{T0}) + \cdots + \frac{\rho^{(n)}(t_{T0})}{n!} (t_T - t_{T0})^{n-1} + \cdots, (t_T \neq t_{T0}) \cdots (6.135)$$

$$\frac{\rho(t_T) - \rho(t_{T0})}{(t_T - t_{T0})} \approx \rho'(t_{T0}), (t_T \neq t_{T0}) \cdots (6.136)$$

(6.136) の左辺を (6.137) の左辺で記述する. (6.136) を使用して, (6.137) を抵抗率 (6.129) に代入すると抵抗率 (6.138) を記述できる. (6.137) を使用して (6.139) を記述する. (6.139) の左辺を抵抗の温度係数と呼ぶ.

$$\bar{\alpha} \times \rho(t_{T0}) = \frac{\rho(t_T) - \rho(t_{T0})}{(t_T - t_{T0})}, (t_T \neq t_{T0}) \cdots (6.137)$$

$$\rho_{a2}(t_T) = \rho(t_{T0}) (1 + \bar{\alpha} \times (t_T - t_{T0})), (\rho(t_{T0}) \neq 0, t_T \neq t_{T0}) \cdots (6.138)$$

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{\rho(t_{T0})} \frac{\rho(t_T) - \rho(t_{T0})}{(t_T - t_{T0})}, (\rho(t_{T0}) \neq 0, t_T \neq t_{T0}) \cdots (6.139)$$

7. オームの法則 (ohm's law)

2点間での電気抵抗 (6.1) が電気抵抗 (7.1) を満足する場合を使用して, オームの法則を説明する. 電気抵抗に生じる電圧および定常電流が常に (7.1) を満足して, かつ電気抵抗に生じる電圧および定常電流のグラフが線形のグラフになる場合はオームの法則になる. ここでの線形のグラフは電圧 (7.2) の関数あるいは定常電流 (7.3) の関数のグラフのことである. 電圧 (7.2) および定常電流 (7.3) の (7.4) は電気抵抗に生じている電圧である. また, 電圧 (7.2) および定常電流 (7.3) の (7.5) は電気抵抗に生じている定常電流である. (7.2) および (7.3) でオームの法則になる場合は, その電気抵抗 (7.1) はオームの法則に従う電気抵抗である.

電圧 (7.2) では独立変数は (7.5) の定常電流である. 定常電流 (7.3) では独立変数は (7.4) の電圧である. 定常電流でない場合でもオームの法則を認めるものと考えられる専門書は在るが, 本書では定常電流の場合のみとする.

$$R = \frac{V_{21}}{I} = \text{const.}, (I \neq 0) \cdots (7.1)$$

$$V_{R21}(I_R) = R \times I_R \cdots (7.2)$$

$$I_R(V_{R21}) = \frac{1}{R} \times V_{R21}, (R \neq 0) \cdots (7.3)$$

$$V_{R21} = V_{R1} - V_{R2} \dots (7.4)$$

$$I_R \dots (7.5)$$

ここで、電気抵抗 (7.1) を電圧 (7.2) の右辺に代入すると電圧 (7.6) を記述できる。電圧 (7.6) の右辺に記述してある電気抵抗を記述している定常電流および電圧は定数である。電圧 (7.6) で変数となるのは電圧 (7.4) および定常電流 (7.5) のみである。

$$V_{R21}(I_R) = R \times I_R = \frac{V_{21}}{I} \times I_R, (I \neq 0) \dots (7.6)$$

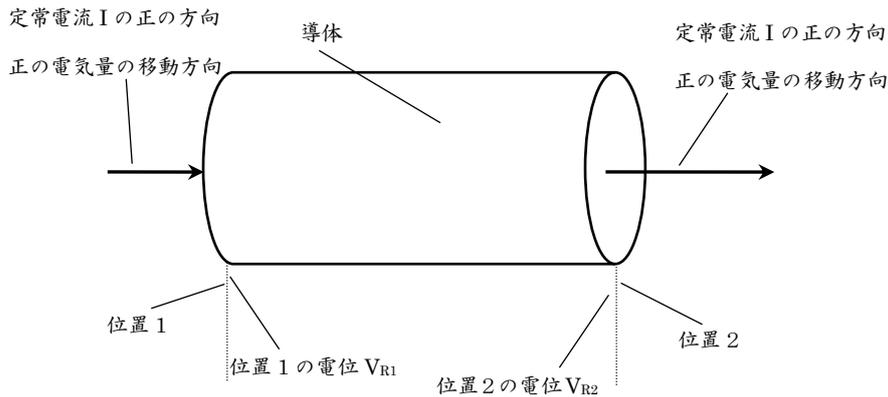


図 7.1 オームの法則の説明

オームの法則に従う電気抵抗での静電的ポテンシャルエネルギーの変化量およびその保存力のなす仕事量を計算する。(2.13) を使用して考える。電気量 (7.7) を使用して、図 7.1 の位置 1 および位置 2 での静電的ポテンシャルエネルギーの変化量を (7.8) で記述する。(7.8) の左辺および右辺を使用して (7.9) を記述する。(7.10) で位置 1 および位置 2 での電圧を記述する。静電的ポテンシャルエネルギーの変化量 (7.9) および電圧 (7.10) を使用して (7.11) を記述する。位置 1 から位置 2 へ移動するものと仮定した電気量 (7.7) の静電的ポテンシャルエネルギーの変化量は (7.11) で記述できる。

$$U_i(q) = V_i \times q, (q \in \mathbf{E}) \dots (2.13)$$

$$q > 0 \dots (7.7)$$

$$\Delta U_{12}(q) = U_2(q) - U_1(q) = V_2 \times q - V_1 \times q \dots (7.8)$$

$$\Delta U_{12}(q) = (V_2 - V_1) \times q \dots (7.9)$$

$$V_{12} = V_2 - V_1 \dots (7.10)$$

$$\Delta U_{12}(q) = V_{12} \times q \dots (7.11)$$

次に、図 7.1 の位置 1 から位置 2 へ移動するものと仮定した正の電気量 (7.7) に作用する静電力のなす仕事量 (7.12) を計算する。静電的ポテンシャルエネルギーの変化量 (7.11) および仕事量 (7.12) の関係は (7.13) になる。(7.13) は本書の第 1 回の 3 章で説明した。(7.13) を (7.14) に書き直す。静電的ポテンシャルエネルギーの変化量 (7.11) を (7.14) の右辺に代入して仕事量 (7.15) を記述する。

(7.16) で位置 1 および位置 2 の電圧を記述する。仕事量 (7.15) および電圧 (7.16) を使用して仕事量 (7.17) を記述する。位置 1 から位置 2 へ移動するものと仮定した正の電気量 (7.7) に作用する静電気

力のなす仕事量は (7.17) で記述できる.

$$W_{12}(q) \cdots (7.12)$$

$$\Delta U_{12}(q) = -W_{12}(q) \cdots (7.13)$$

$$W_{12}(q) = -\Delta U_{12}(q) \cdots (7.14)$$

$$W_{12}(q) = -V_{12} \times q \cdots (7.15)$$

$$V_{21} = V_1 - V_2 \cdots (7.16)$$

$$W_{12}(q) = V_{21} \times q \cdots (7.17)$$

ここでは、一般的にはオームの法則に従う電気抵抗は (7.18) および (7.19) の電圧の関係において扱われるものとする. (7.7), (7.11) および (7.18) を使用すると、静電氣的ポテンシャルエネルギーの変化量は (7.20) になる. (7.7), (7.17) および (7.19) を使用すると、この静電氣力の仕事量は (7.21) になる.

(7.20) では静電氣的ポテンシャルエネルギーの減少を意味する. (7.21) では電氣量 (7.7) の移動方向および静電氣力の向きは同じ向き——仕事量の内積の余弦が正になる方向の意味である.——である.

$$V_{12} = V_2 - V_1 < 0 \cdots (7.18)$$

$$V_{21} = V_1 - V_2 > 0 \cdots (7.19)$$

$$\Delta U(q) = V_{12} \times q < 0 \cdots (7.20)$$

$$W_{12}(q) = V_{21} \times q > 0 \cdots (7.21)$$

(6.80) ~ (6.82) は 6 章で使用した. (6.81) および (6.82) は電気抵抗での仕事率である. 電気抵抗 (6.80) の場合では電力 (6.81) および電力 (6.82) の仕事量が増加する. (7.12) の仕事量の増加を電力 (6.81) および電力 (6.82) では意味する.

$$R = \frac{V_{21}(I)}{I} > 0, (I \neq 0) \cdots (6.80)$$

$$p = \frac{dw_{12}(t)}{dt} = R \times (I(t))^2 > 0, (i(t) > 0) \cdots (6.81)$$

$$p = \frac{dw_{12}(t)}{dt} = \frac{(v_{21}(t))^2}{R} > 0, (i(t) > 0) \cdots (6.82)$$

電力 (6.81) あるいは電力 (6.82) を使用して (4.239) で静電氣的ポテンシャルエネルギーの変化量の時間に対する変化率の符号を (6.83) で示す. (6.83) では静電氣的ポテンシャルエネルギーの変化量の減少を意味する.

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = -\frac{dw_{12}(t)}{dt}, (dq \neq 0, dt \neq 0) \cdots (4.239)$$

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} < 0, (dt \neq 0) \cdots (6.83)$$

ここで、オームの法則に従う電気抵抗で発生する単位時間あたりの熱量を説明する. (7.22) はオームの法則に従う導線の中で発生する単位時間あたりの熱量である. 電力 (6.81) あるいは電力 (6.82) を使用して単位時間あたりの熱量 (7.23) あるいは単位時間あたりの熱量 (7.24) で記述できる場合は、(7.23)

あるいは (7.24) の左辺をジュール熱と呼ぶことがある。また, (7.23) および (7.24) をジュールの法則と呼ぶことがある。ただし, (7.23) および (7.24) の左辺の熱量をジュール熱と呼ぶこともある。

$$Q_c \text{ Js}^{-1} \dots (7.22)$$

$$Q_c = R \times (I(t))^2 > 0, (i(t) > 0) \dots (7.23)$$

$$Q_c = \frac{(v_{21}(t))^2}{R} > 0, (i(t) > 0) \dots (7.24)$$

物理学では (6.81) および (6.82) の仕事量を電気抵抗の内部エネルギーであるものと仮定する。この内部エネルギーを導線内で移動する電子が原子に衝突したことで生じた原子の運動によるものと解釈する。そして, この原子の運動による内部エネルギーのほとんどはジュール熱として電気抵抗から外部環境へ移るものとする。ただし, 熱力学系となる電気抵抗を取り巻く外部環境の温度およびその電気抵抗の温度が或る条件を満足する場合である。熱量については, 文献 1 2 で示した本書の第 1 回の付録で説明した。

7 章では定常電流およびオームの法則を満足することを仮定した。特に断りが無ければ, 6 章の説明では定常電流は仮定していた。そして, オームの法則は仮定していない。しかし, 6 章での計算の意味ではオームの法則を満足する場合も含まれていた。

8. インダクタンス (inductance)

4 章で説明した真空中のマクスウェルの方程式系に含まれている (4.168) について説明する。ここでは, 電気回路論での (4.168) の起電力について説明をする。(4.168) はファラデーの法則の微分形と呼ばれるものである。(4.168) をファラデーの法則の積分形に書き直す。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \dots (4.168)$$

(4.168) の左辺にストークスの定理を使用すると, (8.1) を記述できる。(8.1) の右辺は, 図 8.1 の曲面 S の縁に沿う接線ベクトルの向きをその曲面 S が左側に在るように与えて計算する閉曲線 C の線積分である。

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \dots (8.1)$$

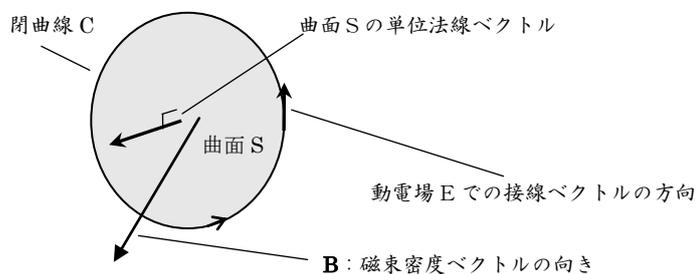


図 8.1 ファラデーの法則の積分形の説明

(4.168) の右辺に面積分を記述して (8.2) の右辺に書き直す。(8.2) の右辺の磁束密度の面積分は (8.3) で記述する。(8.3) の左辺を磁束と呼ぶ。SI での磁束の単位は weber である。weber は SI の記号 Wb で

示すことができる。(8.3)の括弧の中に1 weber を tesla と meter で書き換えた式を記述した。磁束 (8.3)の左辺を (8.2)の右辺に代入すると (8.4)になる。

$$\int_S \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \dots (8.2)$$

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \text{ Wb (Wb: weber, 1 weber = 1 tesla} \cdot \text{meter}^2) \dots (8.3) \text{ 磁束}$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \dots (8.4)$$

(4.168), (8.1) および (8.4) を使用すると, (8.5) を記述できる。(8.5) をファラデーの法則の積分形と呼ぶ。ファラデーの法則の積分形 (8.5) の右辺には磁束の時間に対する変化率を記述している。ただし, (8.5) の右辺は磁束の時間に対する変化率に負の符号を付けたものになる。ファラデーの法則の積分形 (8.5) の左辺の電場のことを動電場と呼ぶことがある。(8.5) の左辺では, 動電場ベクトル (8.6) の周回積分を記述している。

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \dots (8.5)$$

$$\mathbf{E} \dots (8.6)$$

(8.7) を静電場とする。(8.7) の静電場にファラデーの法則の積分形 (8.5) での左辺のような周回積分をすると (8.8) になる。静電場では, ファラデーの法則の積分形 (8.5) での左辺のような周回積分をすると零になる。このことで, ファラデーの法則の積分形 (8.5) での左辺の (8.6) は静電場ベクトルではないことは明らかである。(8.5) の左辺の動電場での周回積分は図 8.1 のような動電場の回転を記述している。

$$\mathbf{E}_0 \dots (8.7)$$

$$\oint_C \mathbf{E}_0 \cdot d\mathbf{s} = 0 \dots (8.8)$$

ファラデーの法則の積分形 (8.5) では (8.5) の左辺の動電場での周回積分が成立するならば, (8.5) の右辺での磁束の時間に対する変化率が成立する。(8.5) の右辺での磁束の時間に対する変化率が成立するならば, (8.5) の左辺の動電場の周回積分が成立する。ただし, (8.5) の右辺での負の符号を含める。

ファラデーの法則の積分形 (8.5) の左辺を (8.9) で記述するとファラデーの法則の積分形 (8.5) を (8.10) で記述できる。2007年現在までの日本国内の一般的な回路論では, (8.10) の左辺が誘導起電力と呼ばれる起電力になる場合を扱う。起電力の説明は3章で与えた。(3.4) および (3.14) を使用して, (8.9) の右辺を起電力として扱う計算を示す。

$$\varepsilon_F = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \dots (8.9)$$

$$\varepsilon_F = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \dots (8.10)$$

動電場でのローレンツ力 (4.170) の電気力を記述すると (8.11) になる. (8.11) の電気力を使用して
周回積分で記述した仕事量を (8.12) で記述できる.

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \dots (4.170)$$

$$\mathbf{F} = q \times \mathbf{E} \dots (8.11)$$

$$W(q) = \oint_C (q \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{s} \dots (8.12)$$

閉回路内の静電場に在る正の電気量の点電荷を動電場の電気力で移動させることを仕事量 (8.12) は意味するものとする. この仕事量の正の点電荷の移動はその静電場内の同じ位置に戻る移動である. この移動では正の点電荷が電位の低い位置から高い位置へ移動するものとする. 静電場内のこの電位の高低は電気量が移動することで発生するものとする. このことで, 仕事量 (8.12) の周回積分では静電場内の電位の低い位置から電位の高い位置へ正の電気量の点電荷を移動させることを記述しているものとする.

例えば, 一般的な導線内では点電荷が移動すると導線内の原子あるいは分子などと衝突するものとする. この衝突から熱および正の値の電気抵抗などを考えることになる. 正の値の電気抵抗を考えた導線に電流が生じることで電圧を考えることができる. そして, この導線に仕事量 (8.12) から生じている起電力が電気抵抗の電圧よりも大きな値を持って点電荷を移動させているものとすることができる.

仕事量 (8.12) を (8.13) で記述して (3.4) あるいは (3.14) を使用して (8.14) を記述できる. (8.14) の記述で起電力が記述できたことになる.

$$W(q) = q \times \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \dots (8.13)$$

$$\varepsilon_F = \frac{dW(q)}{dq} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \dots (8.14)$$

電磁気学および電気回路論では '電磁誘導' と呼ぶ現象がある. 著者の経験では一般的に電磁誘導とは次のことである. (8.10) での右辺の磁束の時間に対する変化率が存在すると (8.10) の左辺の誘導起電力が生じる.

図 8.2 のようなコイルの誘導起電力について説明する. ここでは, 図 8.2 のコイルの両端に生じる誘導起電力の記述を考える. 図 8.1 では閉曲線での動電場の回転を考えた. 図 8.2 のような N 巻きのコイルには図 8.1 のような閉曲線を N 個—— N 個の閉曲線は同じ閉曲線として扱う.——使用して図 8.2 のようなコイルを構成しているものと見なす. このコイルを構成しているひとつの閉曲線に於ける誘導起電力は (8.10) の右辺であるものとする. ここで, (8.15) をコイルの巻き数とする. この場合では, 図 8.2 のコイルの両端に生じる全ての誘導起電力は (8.16) で記述できるものと仮定する.

$$N (= \text{const}) \dots (8.15)$$

$$\varepsilon_{FN} = -N \frac{\partial \Phi}{\partial t} \dots (8.16)$$

コイルの誘導起電力 (8.16) は, (8.17) で記述できる. コイルの誘導起電力 (8.17) の記述は誘導起電力 (8.10) を直列に N 個接続した場合に見なすことができる.

$$\varepsilon_{FN} = N \times \varepsilon_F \dots (8.17)$$

コイルが一巻きの場合は (8.18) が成立する. (8.18) をコイルの誘導起電力 (8.17) に代入すると (8.19) になる. ただし, コイルの誘導起電力 (8.19) の右辺は誘導起電力 (8.10) の左辺とする.

$$N = 1 \dots (8.18)$$

$$\varepsilon_{FN} = \varepsilon_F \dots (8.19)$$

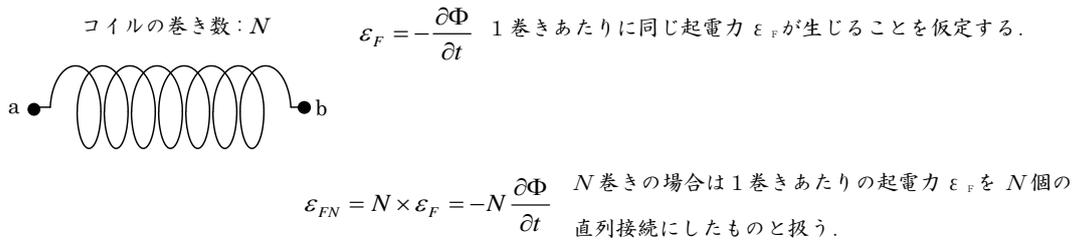


図 8.2 N 回巻きのコイルでの誘導起電力の説明

誘導起電力が生じることで, 正の電気量が電位の低い位置から電位の高い位置に移動することができる. この正の電気量の移動を電流として扱うことができる. この誘導起電力で生じた電流を誘導電流と呼ぶ. 誘導電流の向きはレンツの法則を使用することで知ることができる.

図 8.3 を使用してレンツの法則で与える誘導電流の向きについて説明する. 図 8.3 に示す誘導電流を (8.20) とする. 図 8.3 では閉回路となるコイルに速度 v で磁石を近づける場合にコイルに生じる誘導電流の向きを示している. コイルの囲む領域の面積を貫く磁石の磁束を (8.21) とする.

$$i_{\text{induc}} \dots (8.20)$$

$$\Phi \dots (8.21)$$

最初, コイルには磁場および誘導電流は生じていないものとする. 図 8.3 の磁石をコイルに近づけるにつれて, コイルを貫く磁束 (8.21) が増加する. この場合に, コイルには誘導電流が生じる. この磁束 (8.21) の増加を妨げる向きに誘導電流の磁束が生じるように, その誘導電流の向きは決定する. 図 8.3 の磁石の N 極がコイルの右側から進んでくるので, コイルの磁束に考える N 極側に相当する磁極がコイルの右側に生じている. 磁極の N 極同士を近づけるので, コイルおよび磁石には互いに反発する力が生じる.

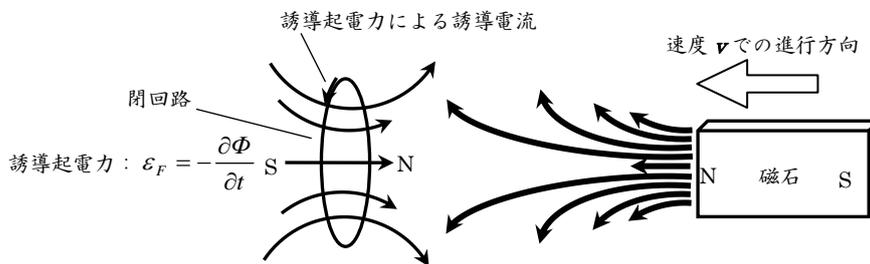


図 8.3 レンツの法則の説明 1

図 8.3 の磁石の速度とは逆の向きの速度を図 8.4 では考える. 図 8.4 では閉回路となるコイルから速度 $-v$ で磁石を遠ざける場合にコイルに生じる誘導電流の向きを示している. コイルの囲む領域の面積を貫く磁

石の磁束を (8.21) とする.

最初, コイルには磁場および誘導電流は生じていないものとする. 図 8.4 の磁石をコイルから遠ざけるにつれて, コイルを貫く磁束 (8.21) が減少する. この場合に, コイルには誘導電流が生じる. その誘導電流の向きでは, この磁束 (8.21) の減少を妨げる向きに誘導電流の磁束が生じる. 図 8.4 の磁石の N 極がコイルの右側から遠ざかるので, コイルの磁束に考える S 極側に相当する磁極がコイルの右側に生じている. 磁極の N 極および S 極が向き合うので, コイルおよび磁石には互いに引力が生じる.

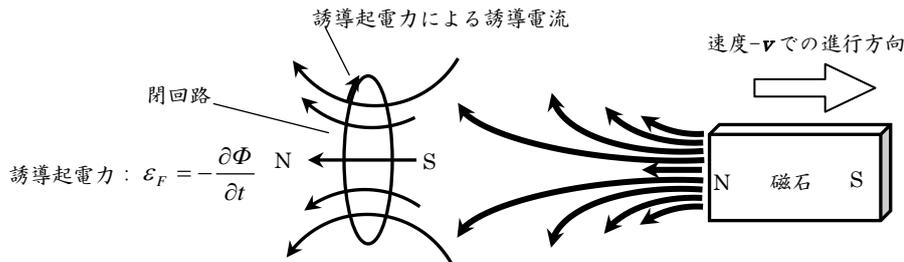


図 8.4 レンズの法則の説明 2

図 8.3 および図 8.4 ではコイルの囲む領域の面積を貫く磁石の磁束 (8.21) の増減を妨げる向きに誘導電流の磁束が生じるように誘導電流の向きが決定した. このことをレンズの法則と呼ぶ.

(8.10) の右辺に記述した負号の意味をレンズの法則を使用して次のように解釈する. (8.10) の左辺の誘導起電力は (8.10) の右辺に記述した (8.22) の磁束の時間に対する増減を妨げるように生じる.

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} \dots (8.22)$$

図 8.5 ではコイルの一部を開放した場合での誘導起電力および誘導電流について考える. コイルの一部を図 8.5 のように開放してあるので誘導電流はコイルに生じることはできない. しかし, その閉曲線に対して曲面——図 8.1 の曲面 S である. ——における磁石の磁束の時間に対する変化率を考えることができる. そして, コイルが囲むものとする閉曲線——図 8.1 の閉曲線 C である. ——を回転する動電場は考えられる. このことで, ファラデーの法則の積分形 (8.5) を記述できる. ファラデーの法則の積分形 (8.5) の左辺を (8.14) のように起電力として解釈するならば, 図 8.5 の開放したコイルには誘導起電力が生じているものと解釈できる. 図 8.5 のコイルは開放しているため, その開放部のそれぞれの末端には動電場の電気力の作用で移動した異符号の点電荷が存在するものと考えられる. そして, この末端に存在する点電荷から生じる静電場が存在することが考えられる. その静電場の各位置には電位を考えることができる. この電位を使用して, 静電場内の 2 点間の電位差を記述できる.

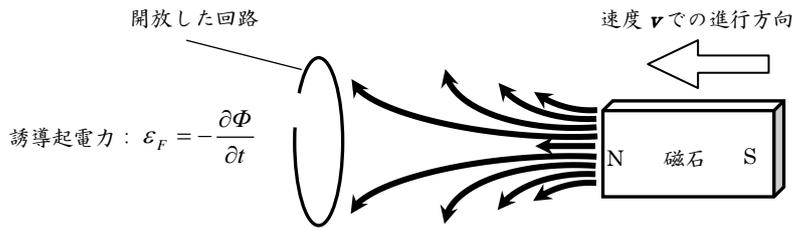


図 8.5 レンズの法則の説明 3

誘導起電力 (8.16) をインダクタに生じる電流 (8.23) で記述するために (8.24) の仮定を導入する。仮定 (8.24) の左辺はインダクタとなるコイルの巻き数およびコイルの一巻きあたりの磁束との積である。仮定 (8.24) の右辺はインダクタに生じる電流 (8.23) およびインダクタンスと呼ばれるものとの積である。本書では、インダクタンスは誘導起電力 (8.16) を電流 (8.23) で記述するために導入した物理量として扱う。(8.24) を使用すると (8.25) を記述できる。(8.25) の左辺はインダクタンスである。本書では (8.25) でインダクタンスを定義する。インダクタンス (8.25) はコイルの一巻きあたりの磁束を N —コイルの巻き数—倍したものを電流 (8.23) で割った値である。磁束 (8.3) およびマクスウェルが修正したアンペールの法則 (4.150) を使用して、磁束が電流に比例する場合について考える。この場合は、一般的に (8.25) の右辺はインダクタの幾何のみによっているものと考えられる。

$$i \dots (8.23)$$

$$N \times \Phi = L \times i \dots (8.24)$$

$$L = \frac{N \times \Phi}{i} > 0, (i \neq 0) \dots (8.25)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \times \mathbf{j} + \mu_0 \times \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \dots (4.150)$$

コイルの誘導起電力 (8.16) でのコイルの巻き数は定数であるので (8.16) を (8.26) に記述できる。コイルの誘導起電力 (8.26) の右辺に (8.24) の右辺を代入すると (8.27) を記述できる。(8.27) の右辺が (8.28) に記述できることを仮定する。仮定 (8.28) を使用すると、コイルの誘導起電力 (8.26) は (8.29) になる。

$$\varepsilon_{FN} = -\frac{\partial(N \times \Phi)}{\partial t} \dots (8.26)$$

$$-\frac{\partial(N \times \Phi)}{\partial t} = -\frac{\partial(L \times i)}{\partial t} \dots (8.27)$$

$$\frac{d(L \times i)}{dt} \dots (8.28)$$

$$\varepsilon_{FN} = -\frac{d(L \times i)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (8.29)$$

さらに (8.30) を仮定する。(8.30) ではインダクタンスが定数の場合である。仮定 (8.30) を使用すると、コイルの誘導起電力 (8.29) は (8.31) に記述できる。

(8.31) はインダクタンスおよび電流の時間に対する変化率でコイルの誘導起電力 (8.16) を記述したものである。コイルの誘導起電力 (8.31) の右辺での負号は (8.26) の右辺の負号が残ったものである。

$$L = \text{const.} > 0 \dots (8.30)$$

$$\varepsilon_{FN} = -L \frac{di}{dt}, (dt \neq 0) \dots (8.31)$$

コイルの誘導起電力 (8.31) の右辺での負号はレンツの法則を使用して解釈するものである。この負号を付けた式 (8.31) のままでは使用することはできない。一般に、コイルの誘導起電力 (8.31) を使用するには、誘導起電力の正の値および誘導電流の向きを定める必要がある。正值の誘導起電力による誘導電流の向きを定めるにもレンツの法則を使用することになる。このために、本書では (8.31) から負号を外した (8.32) を誘導起電力として扱うことにする。

(8.32) では誘導起電力の値を知ることができる。しかし、(8.32) ではレンツの法則が記述されていないので誘導起電力で生じる誘導電流の向きを知ることができない。

$$\varepsilon_L = L \frac{di}{dt}, (dt \neq 0) \dots (8.32)$$

(8.32) が正の場合はそのインダクタに生じる正の値の電流——誘導電流でない。——とは反対向きに誘導電流が生じる。(8.32) が負の場合はそのインダクタに生じる正の値の電流——誘導電流でない。——と同じ向きに誘導電流が生じる。誘導起電力で、そのインダクタの電位の低い位置から電位の高い位置に移動した正の電気量の移動が誘導電流となる。一般にはインダクタ——一般にはコイルと見なす。——の両端の電位でそのインダクタの誘導起電力を記述する。

回路のインダクタの両端の電圧とは別の電圧があり、その電圧でインダクタに電流 (8.23) が生じる。簡単な例では、回路に電流 (8.23) を生じさせる起電力で与える電圧である。この例の起電力で与える電圧は、インダクタの両端の電圧とは別のものとなる。

$$i \dots (8.23)$$

そのインダクタの電位の低い端となる位置から電位の高い端となる位置へ正の電気量が移動する場合の誘導起電力を正の値とする。(8.32) が正の場合は (8.32) の右辺のままであり、そのインダクタの (8.32) の右辺に記述した電流 (8.23) の正の方向とは逆向きに誘導電流が生じる。また、(8.32) が負の場合は (8.32) に負号を付ける。そして、そのインダクタに生じている電流 (8.23) の正の向きとは同じ向きに誘導電流が生じる。

(8.32) の符号は (8.32) の右辺に記述してある電流 (8.23) の時間に対する変化率で決定する。このことは仮定 (8.30) の符号にも関係している。

(8.33) の場合は (8.32) は (8.34) になる。このために、誘導起電力の正の値は (8.35) で記述できる。

$$\frac{di}{dt} > 0 \dots (8.33)$$

$$\varepsilon_L = L \frac{di}{dt} > 0 \dots (8.34)$$

$$L \frac{di}{dt} > 0 \dots (8.35)$$

(8.36) の場合は (8.32) は (8.37) になる。このために、誘導起電力の正の値は (8.38) で記述できる。

$$\frac{di}{dt} < 0 \dots (8.36)$$

$$\varepsilon_L = L \frac{di}{dt} < 0 \dots (8.37)$$

$$-L \frac{di}{dt} > 0 \dots (8.38)$$

(8.39) の場合は (8.32) は (8.40) になる。このために、誘導起電力は零であるので正および負の符号を持たない。

$$\frac{di}{dt} = 0 \dots (8.39)$$

$$\varepsilon_L = L \frac{di}{dt} = 0 \dots (8.40)$$

(8.35) および (8.38) では正の値の誘導起電力を記述した。次に、誘導起電力を使用してインダクタに生じる誘導電流の向きを記述する。本書の第5回ではインダクタに生じる正の誘導電流が位置 a から位置 b の向きの場合は誘導起電力を (8.41) で記述する。また、インダクタに生じる正の誘導電流が位置 b から位置 a の向きの場合は誘導起電力を (8.42) で記述する。

$$\varepsilon_{Lab} \dots (8.41)$$

$$\varepsilon_{Lba} \dots (8.42)$$

図 8.6 を使用して、図 8.6 のインダクタに生じる誘導起電力および誘導電流を考える。図 8.6 のインダクタの両端の電位を使用して (8.43) の左辺でインダクタの両端の電圧を記述する。(8.43) の右辺はインダクタンスを使用して記述したインダクタの両端の電圧である。

$$V_a - V_b = L \frac{di}{dt} \dots (8.43)$$

(8.33) の場合は、電流 (8.23) が時間に対して増加している。レンツの法則では、(8.33) の電流 (8.23) の増加を妨げる向きに誘導電流が生じる。(8.33) およびインダクタの両端の電圧 (8.43) を使用すると (8.44) になる。(8.44) を (8.45) に書き直す。(8.45) では位置 b の電位のほうが位置 a の電位よりも低いことを示す。このために誘導起電力で移動する正の電気量の移動する方向は位置 b から位置 a の向きである。(8.32) および (8.33) を使用すると (8.46) になる。(8.46) は正の値である。(8.46) およびレンツの法則から電流 (8.23) の正の向きとは逆に誘導電流の向きが決定する。この誘導電流を生じさせる誘導起電力を (8.47) で記述する。

$$\frac{di}{dt} > 0 \dots (8.33)$$

$$V_a - V_b > 0 \dots (8.44)$$

$$V_a > V_b \dots (8.45)$$

$$\varepsilon_L = L \frac{di}{dt} > 0 \dots (8.46)$$

$$\varepsilon_{Lba} = L \frac{di}{dt} > 0 \dots (8.47)$$

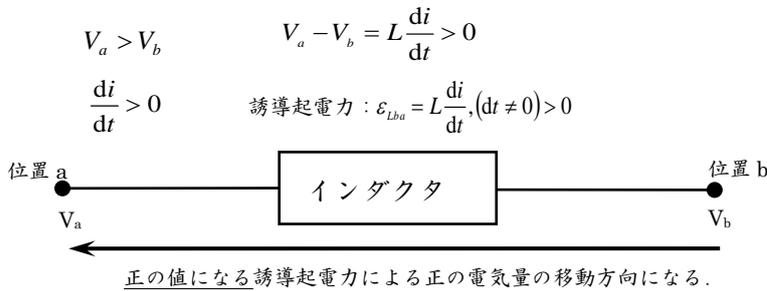


図 8.6 誘導起電力の正の方向および電圧の関係の説明 1

図 8.7 でインダクタに生じる電流の向きの説明をする. (8.47) では誘導電流 (8.20) が位置 b から位置 a の向きに生じる. このためにインダクタに生じている正の値の電流 (8.23) ——誘導電流 (8.20) でない. ——は位置 a から位置 b の向きに流れていることになる. また, インダクタに生じている負の値の電流 (8.23) ——誘導電流 (8.20) でない. ——は位置 b から位置 a の向きに流れていることになる.

$$i_{\text{induc}} \dots (8.20)$$

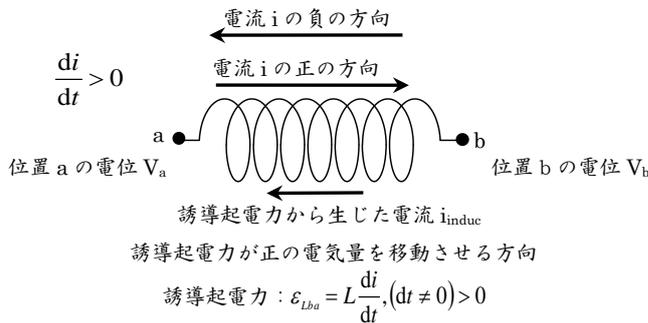


図 8.7 電流および誘導起電力の関係の説明 1

(8.36) の場合は, 電流 (8.23) が時間に対して減少している. レンツの法則では, (8.36) の電流 (8.23) の減少を妨げる向きに誘導電流が生じる. (8.36) およびインダクタの両端の電圧 (8.43) を使用すると (8.48) になる. (8.48) を (8.49) に書き直す. (8.49) では位置 a の電位のほうが位置 b の電位よりも低いことを示す. このために誘導起電力で移動する正の電気量の移動する方向は位置 a から位置 b の向きである. (8.32) および (8.36) を使用すると (8.51) になる. (8.51) は負の値である. (8.51) およびレンツの法則から電流 (8.23) の正の向きと同じ向きに誘導電流の向きが決定する. この誘導電流を生じさせる誘導起電力を (8.52) で記述する.

$$\frac{di}{dt} < 0 \dots (8.36)$$

$$V_a - V_b = L \frac{di}{dt} \dots (8.43)$$

$$V_a - V_b < 0 \dots (8.48)$$

$$V_a < V_b \dots (8.49)$$

$$V_a - V_b = L \frac{di}{dt} < 0 \dots (8.50)$$

$$\varepsilon_L = L \frac{di}{dt} < 0 \dots (8.51)$$

$$\varepsilon_{Lab} = -L \frac{di}{dt} > 0 \dots (8.52)$$

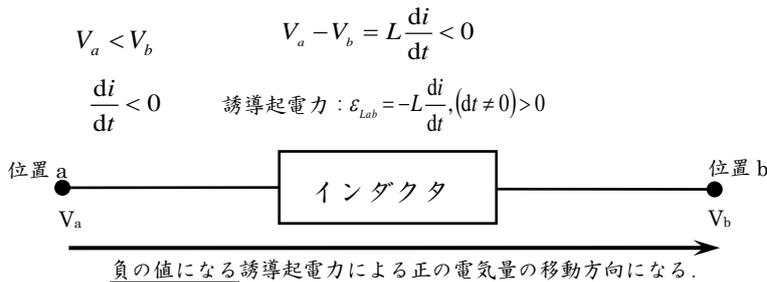


図 8.8 誘導起電力の正の方向および電圧の関係の説明 2

図 8.9 でインダクタに生じる電流の向きの説明をする。(8.52) では誘導電流 (8.20) が位置 a から位置 b の向きに生じる。このためにインダクタに生じている正の値の電流 (8.23) ——誘導電流 (8.20) でない。——は位置 a から位置 b の向きに流れていることになる。また、インダクタに生じている負の値の電流 (8.23) ——誘導電流 (8.20) でない。——は位置 b から位置 a の向きに流れていることになる。

$$i_{\text{induc}} \dots (8.20)$$

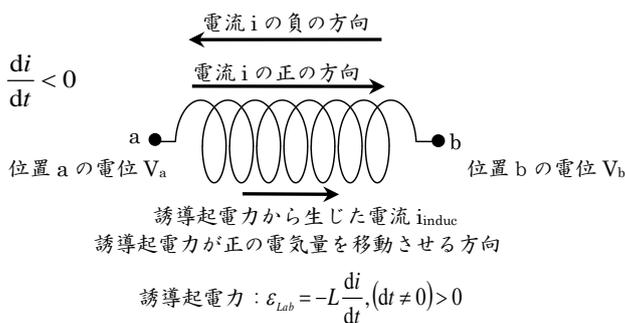


図 8.9 電流および誘導起電力の関係の説明 2

図 8.10 のインダクタの両端の電位を使用して (8.53) の左辺でインダクタの両端の電圧を記述する。(8.53) の右辺はインダクタンスを使用し記述したインダクタの両端の電圧である。

$$V_a - V_b = -L \frac{di}{dt} \dots (8.53)$$

(8.33) の場合は、電流 (8.23) が時間に対して増加している。レンツの法則では、(8.33) の電流 (8.23)

の増加を妨げる向きに誘導電流が生じる。(8.33) およびインダクタの両端の電圧 (8.53) を使用すると (8.54) になる。(8.54) を (8.55) に書き直す。(8.55) では位置 a の電位のほうが位置 b の電位よりも低いことを示す。このために誘導起電力で移動する正の電気量の移動する方向は位置 a から位置 b の向きである。(8.32) および (8.33) を使用すると (8.56) になる。(8.56) は正の値である。(8.56) およびレンツの法則から電流 (8.23) の正の向きとは逆に誘導電流の向きが決定する。この誘導電流を生じさせる誘導起電力を (8.57) で記述する。

$$\frac{di}{dt} > 0 \dots (8.33)$$

$$V_a - V_b < 0 \dots (8.54)$$

$$V_a < V_b \dots (8.55)$$

$$\varepsilon_L = L \frac{di}{dt} > 0 \dots (8.56)$$

$$\varepsilon_{Lab} = L \frac{di}{dt} > 0 \dots (8.57)$$

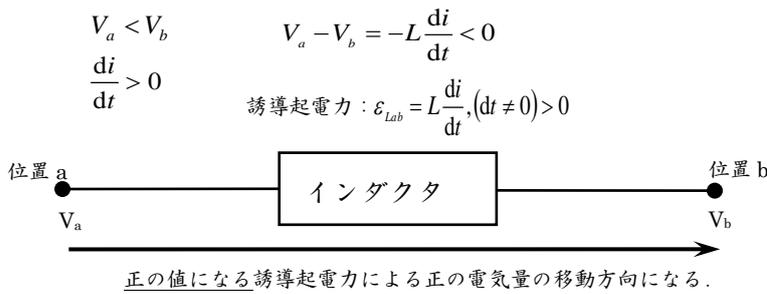


図 8.10 誘導起電力の正の方向および電圧の関係の説明 3

図 8.11 でインダクタに生じる電流の向きの説明をする。(8.57) では誘導電流 (8.20) が位置 a から位置 b の向きに生じる。このためにインダクタに生じている正の値の電流 (8.23) ——誘導電流 (8.20) でない。——は位置 b から位置 a の向きに流れていることになる。また、インダクタに生じている負の値の電流 (8.23) ——誘導電流 (8.20) でない。——は位置 a から位置 b の向きに流れていることになる。

$$i_{\text{induc}} \dots (8.20)$$

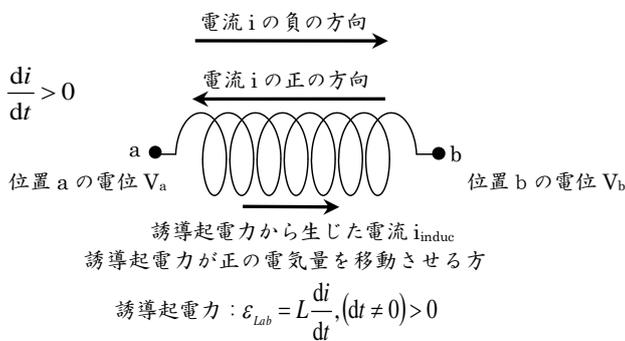


図 8.11 電流および誘導起電力の関係の説明 3

(8.36) の場合は、電流 (8.23) が時間に対して減少している。レンツの法則では、(8.36) の電流 (8.23) の減少を妨げる向きに誘導電流が生じる。(8.36) およびインダクタの両端の電圧 (8.53) を使用すると (8.58) になる。(8.58) を (8.59) に書き直す。(8.59) では位置 b の電位のほうが位置 a の電位よりも低いことを示す。このために誘導起電力で移動する正の電気量の移動する方向は位置 b から位置 a の向きである。(8.32) および (8.36) を使用すると (8.60) になる。(8.60) は負の値である。(8.60) およびレンツの法則から電流 (8.23) の正の向きと同じ向きに誘導電流の向きが決定する。この誘導電流を生じさせる誘導起電力を (8.61) で記述する。

$$\frac{di}{dt} < 0 \dots (8.36)$$

$$V_a - V_b = -L \frac{di}{dt} \dots (8.53)$$

$$V_a - V_b > 0 \dots (8.58)$$

$$V_a > V_b \dots (8.59)$$

$$\varepsilon_L = L \frac{di}{dt} < 0 \dots (8.60)$$

$$\varepsilon_{Lba} = -L \frac{di}{dt} > 0 \dots (8.61)$$

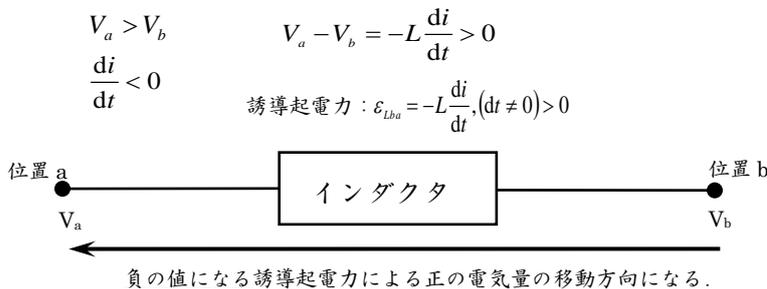


図 8.12 誘導起電力の正の方向および電圧の関係の説明 4

図 8.13 でインダクタに生じる電流の向きの説明をする。(8.61) では誘導電流 (8.20) が位置 b から位置 a の向きに生じる。このためにインダクタに生じている正の値の電流 (8.23) ——誘導電流 (8.20) でない。——は位置 b から位置 a の向きに流れていることになる。また、インダクタに生じている負の値の電流 (8.23) ——誘導電流 (8.20) でない。——は位置 a から位置 b の向きに流れていることになる。

$$i_{\text{induc}} \dots (8.20)$$

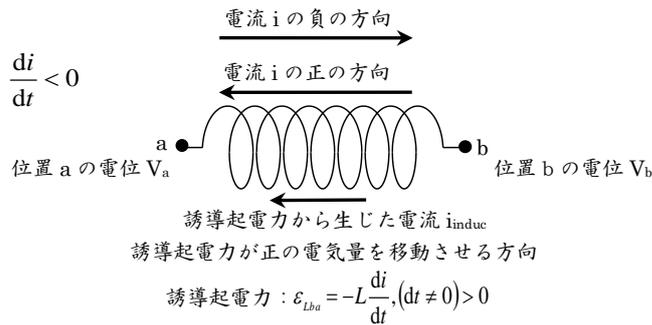


図 8.13 電流および誘導起電力の関係の説明 4

回路論あるいは電磁気学においてはインダクタンスの定義の仕方はいくつかある。本書では (8.25) でインダクタンスを定義した。一般的には、インダクタンスは (8.32) を使用しても定義できる。しかし、(8.32) で使用したインダクタンスは (8.29) で仮定 (8.30) を使用した。(8.25) でのインダクタンスには仮定 (8.30) を導入していない。このことは、特にインダクタンスが時刻を変数として記述できる場合には重要なことである。著者が専攻とする循環系の回路モデル理論での 2007 年現在の著者の研究活動における現状に合わせて、本書では (8.25) をインダクタンスの定義として採用した。2008 年に発表した著者の論文——文献 20 のことである。——では、(8.25) を使用して、著者の構築している循環系の回路モデル理論のインダクタンスを定義した。

$$L = \frac{N \times \Phi}{i} > 0, (i \neq 0) \dots (8.25)$$

$$\varepsilon_L = L \frac{di}{dt}, (dt \neq 0) \dots (8.32)$$

$$\varepsilon_{FN} = -\frac{d(L \times i)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (8.29)$$

$$L = \text{const.} > 0 \dots (8.30)$$

文献 4 によると、インダクタンスは組立量として SI で与えられている。インダクタンスの単位は組立単位となる。(8.25) を使用すると、インダクタンスの単位は (8.62) になる。(8.32) を使用すると、インダクタンスの単位は (8.63) になる。(8.62) および (8.63) の左辺はヘンリーと呼ぶ。(8.62) および (8.63) の単位を略形の記号で記述すると (8.64) になる。

$$1 \text{ henry} = 1 \text{ weber per ampere} \dots (8.62)$$

$$1 \text{ henry} = 1 \text{ volt second per ampere} \dots (8.63)$$

$$1 \text{ H} = 1 \text{ Wb A}^{-1} = 1 \text{ V s A}^{-1} \dots (8.64)$$

インダクタ内の正の電気量が移動する際の静電的ポテンシャルエネルギーの差を計算する。その静電的ポテンシャルエネルギーの差を使用して、その正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量を計算する。そして、物理学上の仮定を導入して磁気エネルギーを記述する。ここでの計算には、図 8.14 を使用

する。図 8.14 はインダクタおよびその端点を示している。そして、それらの端点の電位を示した。

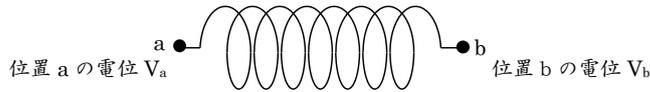


図 8.14 静電的ポテンシャルエネルギーおよび仕事量の説明

図 8.14 の位置 a から位置 b へ正の電気量が移動している場合を考える。(2.34) を使用して静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分を記述すると (8.65) になる。(8.65) を使用して静電的ポテンシャルエネルギーの差を計算する。この正の電気量の移動をインダクタに生じている電流 (8.66) として扱う。電流 (8.66) は誘導電流ではないものとする。

$$du_{ab}(q) = V_{ab} \times dq \dots (8.65)$$

$$i_{ab} \dots (8.66)$$

図 8.14 の両端の電圧は (8.67) であることを仮定する。(8.67) は (8.68) に書き直せる。(8.68) では位置 b の電位は位置 a の電位よりも低いことを意味する。

$$V_a - V_b > 0 \dots (8.67)$$

$$V_a > V_b \dots (8.68)$$

また、電流 (8.66) の時間に対する変化率が (8.69) である場合を仮定する。(8.32) および仮定 (8.69) を使用すると、(8.70) になる。(8.70) は正の値の誘導起電力である。

$$\frac{di_{ab}}{dt} > 0 \dots (8.69)$$

$$\varepsilon_L = L \frac{di_{ab}}{dt} > 0 \dots (8.70)$$

電流 (8.66) の正の向き、(8.69)、(8.70) およびレンツの法則を使用すると、誘導電流は位置 b から位置 a の向きに生じる。この誘導電流を生じさせる誘導起電力を (8.71) で記述できる。誘導電流の正值の向きを誘導起電力の正值としたものが (8.71) である。(8.68) を使用して、(8.72) は誘導起電力 (8.71) およびインダクタの両端の電圧との関係を記述したものである。

$$\varepsilon_{Lba} = L \frac{di_{ab}}{dt} > 0 \dots (8.71)$$

$$\varepsilon_{Lba} = V_a - V_b > 0 \dots (8.72)$$

(8.72) の左辺に誘導起電力 (8.71) の右辺を代入すると (8.73) を記述できる。インダクタンスを使用して (8.73) はインダクタの両端の電圧を記述したものである。

$$V_a - V_b = L \frac{di_{ab}}{dt} > 0 \dots (8.73)$$

インダクタの両端の電圧 (8.73) の左辺は (8.74) で記述できる。静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分 (8.65)、インダクタの両端の電圧 (8.73) および (8.74) を使用して、(8.75) を記述できる。

$$V_{ba} = V_a - V_b > 0 \dots (8.74)$$

$$du_{ab}(q) = -L \frac{di_{ab}}{dt} \times dq \dots (8.75)$$

静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分 (8.75) での定積分を記述すると (8.76) になる。(8.76) の両辺は定積分すると (8.77) に記述できる。(8.77) の左辺は静電的ポテンシャルエネルギーの差である。

$$\int_0^{\Delta U_{ab}} du_{ab} = -L \times \int_{i_1}^{i_2} i_{ab} \times di_{ab} \dots (8.76)$$

$$\Delta U_{ab} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_2^2 - i_1^2) \dots (8.77)$$

(8.78) が成立すると、静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.77) の右辺は (8.79) になる。静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.79) では正の点電荷が移動する場合の静電的ポテンシャルエネルギーの差は零である。

(8.80) の関係式を使用すると仕事量 (8.81) を記述できる。(8.81) では、正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量は零である。

$$i_1 = i_2 \dots (8.78)$$

$$\Delta U_{ab} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_2^2 - i_1^2) = 0 \dots (8.79)$$

$$\Delta U_{ab} = -W_{ab} \dots (8.80)$$

$$W_{ab} = 0 \dots (8.81)$$

電流 (8.66) の符号を考えて静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.77) を考察する。電流 (8.66) の符号が (8.82) の場合を考える。電流 (8.66) の符号が (8.82) の場合は正の電気量は位置 a から位置 b に移動している。

$$i_{ab} \geq 0 \dots (8.82)$$

電流 (8.66), (8.69) および (8.82) を使用すると, (8.77) の符号は (8.83) の符号になる。(8.78) でない場合は, (8.83) の静電的ポテンシャルエネルギーの差は減少する。

(8.80) および (8.83) を使用すると, 位置 a から位置 b へ移動する点電荷に作用する静電気力のなす仕事量の符号は (8.84) になる。特に, (8.84) の仕事量が正の場合は, 正の点電荷に作用している静電気力の向きはその点電荷の移動方向と同じ——仕事量の内積は正であること, ——であることを示す。

$$\Delta U_{ab} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_2^2 - i_1^2) \leq 0 \dots (8.83)$$

$$W_{ab} \geq 0 \dots (8.84)$$

(8.69) および (8.82) を考慮すると, 電流 (8.85) の場合も考えられる。ここで, 電流 (8.85) を仮定して, 静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.83) を (8.86) に記述する。(8.80) および (8.86) を使用すると, 位置 a から位置 b へ移動する点電荷に作用する静電気力のなす仕事量 (8.87) を記述できる。

$$i_1 = 0 \dots (8.85)$$

$$\Delta U_{ab} = -\frac{1}{2} \times L \times i_2^2 \leq 0 \dots (8.86)$$

$$W_{ab} = \frac{1}{2} \times L \times i_2^2 \geq 0 \dots (8.87)$$

一般に物理学ではインダクタに生じた電流 (8.66) に起因する磁場に、点電荷に作用している静電気力のなす仕事量 (8.87) はエネルギーとして蓄えられているものと仮定する。この仮定を導入すると、仕事量 (8.87) は磁場に蓄えられた磁気エネルギーとして (8.88) で記述できる。

$$U_{Bab} = \frac{1}{2} \times L \times i_2^2 \geq 0 \dots (8.88)$$

磁気エネルギー (8.88) ではインダクタに電流 (8.66) が生じると、インダクタに生じる磁場に磁気エネルギー (8.88) が蓄えられる。磁気エネルギー (8.88) の値は静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (8.86) とは異符号である。(8.88) の磁気エネルギーは電流を独立変数とする関数であるものと解釈すると、増加関数である。静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (8.86) および磁気エネルギー (8.88) は (8.89) の関係にある。

$$U_{Bab} = -\Delta U_{ab} \dots (8.89)$$

(4.222) を使用してこのインダクタ内の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率を計算する。(4.222) を使用すると (8.90) を記述できる。インダクタの両端の電圧 (8.73) および (8.90) を使用すると (8.91) を記述できる。仮定 (8.82) を使用しての (8.91) の符号である。(8.91) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して減少している。

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = \Delta V_{12} \cdot i(t), (dt \neq 0) \dots (4.222)$$

$$\frac{du_{ab}(t)}{dt} = \Delta V_{ab} \cdot i_{ab}(t), (dt \neq 0) \dots (8.90)$$

$$V_a - V_b = L \frac{di_{ab}}{dt} > 0 \dots (8.73)$$

$$\frac{du_{ab}(t)}{dt} = -L \frac{di_{ab}}{dt} \cdot i_{ab}(t) < 0, (i_{ab} > 0, dt \neq 0) \dots (8.91)$$

(4.245) を使用してこのインダクタ内の静電気力のなす仕事量の時間に対する変化率——電力のことである。——を計算する。(4.245) を使用すると (8.92) を記述できる。インダクタの両端の電圧 (8.73) および (8.92) を使用すると (8.93) を記述できる。仮定 (8.82) を使用しての (8.93) の符号である。(8.93) の静電気力のなす仕事量は時間に対して増加している。

$$p = \frac{dw_{12}}{dt} = \Delta V_{21} \cdot i(t), (dt \neq 0) \dots (4.245)$$

$$p = \frac{dw_{ab}}{dt} = \Delta V_{ba} \cdot i_{ab}(t), (dt \neq 0) \dots (8.92)$$

$$p = \frac{dw_{ab}}{dt} = L \frac{di_{ab}}{dt} \cdot i_{ab}(t) > 0, (i_{ab} > 0, dt \neq 0) \dots (8.93)$$

電流 (8.66) の符号が (8.94) の場合を考える。電流 (8.66) の符号が (8.94) の場合は正の電気量は位置 b から位置 a に移動している。

$$i_{ab} \leq 0 \dots (8.94)$$

電流 (8.66), (8.69) および (8.94) を使用すると, (8.77) の符号は (8.95) の符号になる。 (8.78) でない場合は, (8.95) の静電的ポテンシャルエネルギーの差は増加する。

(8.80) および (8.95) を使用すると, 位置 b から位置 a へ移動する正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量の符号は (8.96) になる。特に, (8.96) の仕事量が負の場合は, 正の点電荷に作用している静電気力の向きはその点電荷の移動方向とは逆——仕事量の内積の余弦が負になる方向の意味である。——であることを示す。ただし, (8.95) および (8.96) の左辺の添え字 ab は形式としての記述である。実際の内容は, 位置 b から位置 a へ移動する正の点電荷の計算になる。

$$\Delta U_{ab} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_2^2 - i_1^2) \geq 0 \dots (8.95)$$

$$W_{ab} \leq 0 \dots (8.96)$$

(8.69) および (8.94) を考慮すると, 電流 (8.97) の場合も考えられる。ここで, 電流 (8.97) を仮定して, 静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.95) を (8.98) に記述する。 (8.80) および (8.98) を使用すると, 位置 b から位置 a へ移動する正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量 (8.99) を記述できる。

$$i_2 = 0 \dots (8.97)$$

$$\Delta U_{ab} = \frac{1}{2} \times L \times i_1^2 \geq 0 \dots (8.98)$$

$$W_{ab} = -\frac{1}{2} \times L \times i_1^2 \leq 0 \dots (8.99)$$

一般に物理学ではインダクタに生じた電流 (8.66) に起因する磁場に蓄えられているエネルギーを (8.99) の仕事量として供給したものと仮定する。この仮定を導入すると, 磁場での減少した分の磁気エネルギー (8.100) が静電気力のなす仕事量の総和として (8.99) で記述できる。そして, 一般には, 減少した分の磁気エネルギー (8.100) はインダクタから——そのインダクタを含む——回路となる系の他の部位にエネルギーを供給したものと仮定する。

$$U_{Bab} = -\frac{1}{2} \times L \times i_1^2 \leq 0 \dots (8.100)$$

磁気エネルギー (8.100) ではインダクタに電流 (8.66) が生じると, インダクタに生じる磁場の磁気エネルギー (8.100) が減少する。減少した分の磁気エネルギー (8.100) の値は静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.98) とは異符号である。 (8.100) の磁気エネルギーは電流を独立変数とする関数であるものと解釈すると, 減少関数である。静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.98) および磁気エネルギーの減少した分は (8.101) の関係にある。

$$\Delta U_{ab} = -U_{Bab} \dots (8.101)$$

(4.222) を使用してこのインダクタ内の静電的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率を

計算する。(4.222)を使用すると(8.102)を記述できる。インダクタの両端の電圧(8.73)および(8.102)を使用すると(8.103)を記述できる。仮定(8.94)を使用しての(8.103)の符号である。(8.103)の静電的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して増加している。

$$\frac{du_{ab}(t)}{dt} = \Delta V_{ab} \cdot i_{ab}(t), (dt \neq 0) \dots (8.102)$$

$$V_a - V_b = L \frac{di_{ab}}{dt} > 0 \dots (8.73)$$

$$\frac{du_{ab}(t)}{dt} = -L \frac{di_{ab}}{dt} \cdot i_{ab}(t) > 0, (i_{ab} < 0, dt \neq 0) \dots (8.103)$$

(4.245)を使用してこのインダクタ内の静電気力のなす仕事量の時間に対する変化率——電力のことである。——を計算する。(4.245)を使用すると(8.104)を記述できる。インダクタの両端の電圧(8.73)および(8.104)を使用すると(8.105)を記述できる。仮定(8.94)を使用しての(8.105)の符号である。(8.105)の静電気力のなす仕事量は時間に対して減少している。

$$p = \frac{dw_{ab}}{dt} = \Delta V_{ba} \cdot i_{ab}(t), (dt \neq 0) \dots (8.104)$$

$$p = \frac{dw_{ab}}{dt} = L \frac{di_{ab}}{dt} \cdot i_{ab}(t) < 0, (i_{ab} < 0, dt \neq 0) \dots (8.105)$$

図 8.14 の位置 a から位置 b へ正の電気量が移動している場合を考える。(2.34)を使用して静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分を記述すると(8.106)になる。(8.106)を使用して静電的ポテンシャルエネルギーの差を計算する。この正の電気量の移動をインダクタに生じている電流(8.66)として扱う。電流(8.66)は誘導電流ではないものとする。

$$du_{ab}(q) = V_{ab} \times dq \dots (8.106)$$

$$i_{ab} \dots (8.66)$$

図 8.14 の両端の電圧は(8.107)であることを仮定する。(8.107)は(8.108)に書き直せる。(8.108)では位置 a の電位は位置 b の電位よりも低いことを意味する。

$$V_b - V_a > 0 \dots (8.107)$$

$$V_b > V_a \dots (8.108)$$

また、電流(8.66)の時間に対する変化率が(8.109)である場合を仮定する。(8.32)および仮定(8.109)を使用すると、(8.110)になる。(8.110)は負の値の誘導起電力である。

$$\frac{di_{ab}}{dt} < 0 \dots (8.109)$$

$$\varepsilon_L = L \frac{di}{dt} < 0 \dots (8.110)$$

電流(8.66)の正の向き、(8.109)、(8.110)およびレンツの法則を使用すると、誘導電流は位置 a から

位置 b の向きに生じる。この誘導電流を生じさせる誘導起電力を (8.111) で記述できる。誘導電流の正值の向きを誘導起電力の正值としたものが (8.111) である。(8.112) は (8.111) およびインダクタの両端の電圧 (8.107) との関係を記述したものである。

$$\varepsilon_{Lab} = -L \frac{di_{ab}}{dt} > 0 \dots (8.111)$$

$$\varepsilon_{Lab} = V_b - V_a > 0 \dots (8.112)$$

(8.112) の左辺に誘導起電力 (8.111) の右辺を代入すると (8.113) を記述できる。インダクタンスを使用して (8.113) はインダクタの両端の電圧を記述したものである。

$$V_a - V_b = L \frac{di_{ab}}{dt} < 0 \dots (8.113)$$

静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の微分 (8.106) およびインダクタの両端の電圧 (8.113) を使用して、(8.114) を記述できる。(8.73) とは (8.113) は異符号であるが記述は同じである。また、(8.75) および (8.114) の記述は同じである。

$$du_{ab}(q) = -L \frac{di_{ab}}{dt} \times dq \dots (8.114)$$

静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の微分 (8.114) での定積分を記述すると (8.115) になる。(8.115) の両辺は定積分すると (8.116) に記述できる。(8.116) の左辺は静電氣的ポテンシャルエネルギーの差である。

$$\int_0^{\Delta U_{ab}} du_{ab} = -L \times \int_{i_3}^{i_4} i_{ab} \times di_{ab} \dots (8.115)$$

$$\Delta U_{ab} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_4^2 - i_3^2) \dots (8.116)$$

(8.117) が成立すると、静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (8.116) の右辺は (8.118) になる。(8.118) では正の点電荷の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は零である。

(8.80) および (8.118) を使用すると仕事量 (8.119) を記述できる。(8.119) では、正の点電荷に作用する静電氣力のなす仕事量は零である。

$$i_3 = i_4 \dots (8.117)$$

$$\Delta U_{ab} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_4^2 - i_3^2) = 0 \dots (8.118)$$

$$W_{ab} = 0 \dots (8.119)$$

電流 (8.66) の符号を考えて、静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (8.116) を考察する。電流 (8.66) の符号が (8.120) の場合を考える。電流 (8.66) の符号が (8.120) の場合は正の電氣量は位置 a から位置 b に移動している。

$$i_{ab} \geq 0 \dots (8.120)$$

電流 (8.66), (8.109) および (8.120) を使用すると、静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (8.116)

の符号は (8.121) の符号になる. (8.117) でない場合は, (8.121) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は増加する.

(8.80) および (8.121) を使用すると, 位置 a から位置 b へ移動する点電荷に作用する静電氣力のなす仕事量の符号は (8.122) になる. 特に, (8.122) の仕事量が負の場合は, 正の点電荷に作用している 静電氣力の向きはその点電荷の移動方向とは逆——仕事量の内積の余弦が負になる方向の意味である.——であることを示す.

$$\Delta U_{ab} = -W_{ab} \cdots (8.80)$$

$$\Delta U_{ab} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_4^2 - i_3^2) \geq 0 \cdots (8.121)$$

$$W_{ab} \leq 0 \cdots (8.122)$$

(8.109) および (8.120) を考慮すると, 電流 (8.123) の場合も考えられる. ここで, (8.123) を仮定して, 静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (8.121) を (8.124) に記述する. (8.80) および (8.124) を使用すると, 位置 a から位置 b へ移動する点電荷に作用する静電氣力のなす仕事量 (8.125) を記述できる.

$$i_4 = 0 \cdots (8.123)$$

$$\Delta U_{ab} = \frac{1}{2} \times L \times i_3^2 \geq 0 \cdots (8.124)$$

$$W_{ab} = -\frac{1}{2} \times L \times i_3^2 \leq 0 \cdots (8.125)$$

一般に物理学では インダクタに生じた電流 (8.66) に起因する磁場に蓄えられているエネルギーを (8.125) の仕事量として供給したものと仮定する. この仮定を導入すると, 磁場での減少した分の磁氣エネルギー (8.126) が静電氣力のなす仕事量の総和として (8.125) で記述できる. そして, 減少した分の磁氣エネルギー (8.126) は インダクタから——そのインダクタを含む——回路となる系の他の部位にエネルギーを供給したものと仮定する.

$$U_{Bab} = -\frac{1}{2} \times L \times i_3^2 \leq 0 \cdots (8.126)$$

(8.126) ではインダクタに電流 (8.66) が生じると, インダクタに生じる磁場の磁氣エネルギー (8.126) が減少する. 磁氣エネルギー (8.126) の値は静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (8.124) とは異符号である. (8.126) の磁氣エネルギーは電流を独立変数とする関数であるものと解釈すると, 減少関数である. 静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (8.124) および磁氣エネルギーの減少した分は (8.127) の関係にある.

$$U_{Bab} = -\Delta U_{ab} \cdots (8.127)$$

(4.222) を使用してこのインダクタ内の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率を計算する. (4.222) を使用すると (8.128) を記述できる. インダクタの両端の電圧 (8.113) および (8.128) を使用すると (8.129) を記述できる. 仮定 (8.120) を使用しての (8.129) の符号である. (8.129) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して増加している.

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = \Delta V_{12} \cdot i(t), (dt \neq 0) \dots (4.222)$$

$$\frac{du_{ab}(t)}{dt} = \Delta V_{ab} \cdot i_{ab}(t), (dt \neq 0) \dots (8.128)$$

$$V_a - V_b = L \frac{di_{ab}}{dt} < 0 \dots (8.113)$$

$$\frac{du_{ab}(t)}{dt} = -L \frac{di_{ab}}{dt} \cdot i_{ab}(t) > 0, (i_{ab} > 0, dt \neq 0) \dots (8.129)$$

(4.245) を使用してこのインダクタ内の静電気力のなす仕事量の時間に対する変化率——電力のことである。——を計算する。(4.245) を使用すると (8.130) を記述できる。インダクタの両端の電圧 (8.113) および (8.130) を使用すると (8.131) を記述できる。仮定 (8.120) を使用しての (8.131) の符号である。(8.131) の静電気力のなす仕事量は時間に対して減少している。

$$p = \frac{dw_{12}}{dt} = \Delta V_{21} \cdot i(t), (dt \neq 0) \dots (4.245)$$

$$p = \frac{dw_{ab}}{dt} = \Delta V_{ba} \cdot i_{ab}(t), (dt \neq 0) \dots (8.130)$$

$$p = \frac{dw_{ab}}{dt} = L \frac{di_{ab}}{dt} \cdot i_{ab}(t) < 0, (i_{ab} > 0, dt \neq 0) \dots (8.131)$$

電流 (8.66) の符号が (8.132) の場合を考える。電流 (8.66) の符号が (8.132) の場合は正の電気量は位置 b から位置 a に移動している。

$$i_{ab} \leq 0 \dots (8.132)$$

電流 (8.66), (8.109) および (8.132) を使用すると, (8.116) の符号は (8.133) の符号になる。(8.117) でない場合は, (8.133) の静電的ポテンシャルエネルギーの差は減少する。

(8.80) および (8.133) を使用すると, 位置 b から位置 a へ移動する正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量の符号は (8.134) になる。特に, (8.134) の仕事量が正の場合は, 正の点電荷に作用している静電気力の向きはその点電荷の移動方向とは同じ向き——仕事量の内積の余弦が正になる方向の意味である。——であることを示す。ただし, (8.133) および (8.134) の左辺の添え字 ab は形式としての記述である。実際の内容は, 位置 b から位置 a へ移動する正の点電荷の計算になる。

$$\Delta U_{ab} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_4^2 - i_3^2) \leq 0 \dots (8.133)$$

$$W_{ab} \geq 0 \dots (8.134)$$

(8.109) および (8.132) を考慮すると, 電流 (8.135) の場合も考えられる。ここで, 電流 (8.135) を仮定して, 静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.133) を (8.136) に記述する。(8.80) および (8.136) を使用すると, 位置 b から位置 a へ移動する正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量 (8.137) を記述できる。

$$i_3 = 0 \dots (8.135)$$

$$\Delta U_{ab} = -\frac{1}{2} \times L \times i_4^2 \leq 0 \dots (8.136)$$

$$W_{ab} = \frac{1}{2} \times L \times i_4^2 \geq 0 \dots (8.137)$$

一般に物理学ではインダクタに生じた電流 (8.66) に起因する磁場に、点電荷に作用している静電気力のなす仕事量 (8.137) はエネルギーとして蓄えられているものと仮定する。この仮定を導入すると、(8.137) は磁場に蓄えられた磁気エネルギーとして (8.138) で記述できる。

$$U_{Bab} = \frac{1}{2} \times L \times i_4^2 \geq 0 \dots (8.138)$$

(8.138) ではインダクタに電流 (8.66) が生じると、インダクタに生じる磁場に磁気エネルギー (8.138) が蓄えられる。(8.138) の値は静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.136) とは異符号である。(8.138) の磁気エネルギーは電流を独立変数とする関数であるものと解釈すると、増加関数である。静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.136) および磁気エネルギー (8.138) は (8.139) の関係にある。

$$U_{Bab} = -\Delta U_{ab} \dots (8.139)$$

(4.222) を使用してこのインダクタ内の静電的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率を計算する。(4.222) を使用すると (8.140) を記述できる。インダクタの両端の電圧 (8.113) および (8.140) を使用すると (8.141) を記述できる。仮定 (8.132) を使用しての (8.141) の符号である。(8.141) の静電的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して減少している。(8.141) の計算は (8.136) と一致する。

$$\frac{du_{ab}(t)}{dt} = \Delta V_{ab} \cdot i_{ab}(t), (dt \neq 0) \dots (8.140)$$

$$V_a - V_b = L \frac{di_{ab}}{dt} < 0 \dots (8.113)$$

$$\frac{du_{ab}(t)}{dt} = -L \frac{di_{ab}}{dt} \cdot i_{ab}(t) < 0, (i_{ab} < 0, dt \neq 0) \dots (8.141)$$

(4.245) を使用してこのインダクタ内の静電気力のなす仕事量の時間に対する変化率——電力のことである。——を計算する。(4.245) を使用すると (8.142) を記述できる。インダクタの両端の電圧 (8.113) および (8.142) を使用すると (8.143) を記述できる。仮定 (8.132) を使用しての (8.143) の符号である。(8.143) の静電気力のなす仕事量は時間に対して増加している。

$$p = \frac{dw_{ab}}{dt} = \Delta V_{ba} \cdot i_{ab}(t), (dt \neq 0) \dots (8.142)$$

$$p = \frac{dw_{ab}}{dt} = L \frac{di_{ab}}{dt} \cdot i_{ab}(t) > 0, (i_{ab} < 0, dt \neq 0) \dots (8.143)$$

図 8.14 の位置 b から位置 a へ正の電気量が移動している場合を考える。(2.34) を使用して静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分を記述すると (8.144) になる。(8.144) を使用して静電的ポテンシャルエネルギーの差を計算する。この正の電気量の移動をインダクタに生じている電流 (8.145) として扱う。電流 (8.145) は誘導電流ではないものとする。

$$du_{ba}(q) = V_{ba} \times dq \dots (8.144)$$

$$i_{ba} \dots (8.145)$$

図 8.14 の両端の電圧は (8.146) であることを仮定する。(8.146) は (8.147) に書き直せる。(8.147) では位置 a の電位は位置 b の電位よりも低いことを意味する。

$$V_b - V_a > 0 \dots (8.146)$$

$$V_b > V_a \dots (8.147)$$

また、電流 (8.145) の時間に対する変化率が (8.148) である場合を仮定する。(8.32) および仮定 (8.148) を使用すると、(8.149) になる。(8.149) は正の値の誘導起電力である。

$$\frac{di_{ba}}{dt} > 0 \dots (8.148)$$

$$\varepsilon_L = L \frac{di_{ba}}{dt} > 0 \dots (8.149)$$

電流 (8.145) の正の向き、(8.148)、(8.149) およびレンツの法則を使用すると、誘導電流は位置 a から位置 b の向きに生じる。この誘導電流を生じさせる誘導起電力を (8.150) で記述できる。誘導電流の正值の向きを誘導起電力の正值としたものが (8.150) である。(8.151) は (8.150) およびインダクタの両端の電圧 (8.146) との関係を表したものである。

$$\varepsilon_{Lab} = L \frac{di_{ba}}{dt} > 0 \dots (8.150)$$

$$\varepsilon_{Lab} = V_b - V_a > 0 \dots (8.151)$$

(8.151) の左辺に (8.150) の右辺を代入すると (8.152) を記述できる。インダクタンスを使用して (8.152) はインダクタの両端の電圧を表したものである。

$$V_a - V_b = -L \frac{di_{ba}}{dt} < 0 \dots (8.152)$$

(8.152) の左辺は (8.153) で記述できる。(8.144)、(8.152) および (8.153) を使用して、(8.154) を記述できる。

$$V_{ba} = V_a - V_b \dots (8.153)$$

$$du_{ba}(q) = -L \frac{di_{ba}}{dt} \times dq \dots (8.154)$$

静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分 (8.154) での定積分を記述すると (8.155) になる。(8.155) の両辺は定積分すると (8.156) に記述できる。(8.156) の左辺は静電的ポテンシャルエネルギーの差である。

$$\int_0^{\Delta U_{ba}} du_{ba} = -L \times \int_{i_5}^{i_6} i_{ba} \times di_{ba} \dots (8.155)$$

$$\Delta U_{ba} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_6^2 - i_5^2) \dots (8.156)$$

(8.157) が成立すると、(8.156) の右辺は (8.158) になる。(8.158) では正の点電荷の静電的ポテンシャルエネルギーの差は零である。

(8.158) および (8.159) の関係式を使用すると (8.160) を記述できる。(8.160) では、正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量は零である。

$$i_5 = i_6 \dots (8.157)$$

$$\Delta U_{ba} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_6^2 - i_5^2) = 0 \dots (8.158)$$

$$\Delta U_{ba} = -W_{ba} \dots (8.159)$$

$$W_{ba} = 0 \dots (8.160)$$

電流 (8.145) の符号を考えて静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.156) を考察する。電流 (8.145) の符号が (8.161) の場合を考える。電流 (8.145) の符号が (8.161) の場合は 正の電気量は位置 b から位置 a に移動している。

$$i_{ba} \geq 0 \dots (8.161)$$

電流 (8.145)、(8.148) および (8.161) を使用すると、(8.156) の符号は (8.162) の符号になる。(8.157) でない場合は、(8.162) の静電的ポテンシャルエネルギーの差は減少する。

(8.159) および (8.162) を使用すると、位置 b から位置 a へ移動する点電荷に作用する静電気力のなす仕事量の符号は (8.163) になる。特に、(8.163) の仕事量が正の場合は、正の点電荷に作用している静電気力の向きはその点電荷の移動方向と同じ——仕事量の内積は正である。——であることを示す。

$$\Delta U_{ba} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_6^2 - i_5^2) \leq 0 \dots (8.162)$$

$$W_{ba} \geq 0 \dots (8.163)$$

(8.148) および (8.161) を考慮すると、(8.164) の場合も考えられる。ここで、(8.164) を仮定して、(8.162) を (8.165) に記述する。(8.159) および (8.165) を使用すると、位置 b から位置 a へ移動する点電荷に作用する静電気力のなす仕事量 (8.166) を記述できる。

$$i_5 = 0 \dots (8.164)$$

$$\Delta U_{ba} = -\frac{1}{2} \times L \times i_6^2 \leq 0 \dots (8.165)$$

$$W_{ba} = \frac{1}{2} \times L \times i_6^2 \geq 0 \dots (8.166)$$

一般に物理学では インダクタに生じた電流 (8.145) に起因する磁場に、点電荷に作用している静電気力のなす仕事量 (8.166) はエネルギーとして蓄えられているものと仮定する。この仮定を導入すると、

(8.166) は磁場に蓄えられた磁気エネルギーとして (8.167) で記述できる。

$$U_{Bba} = \frac{1}{2} \times L \times i_6^2 \geq 0 \dots (8.167)$$

(8.167) ではインダクタに電流 (8.145) が生じると、インダクタに生じる磁場に磁気エネルギー (8.167) が蓄えられる。(8.167) の値は静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (8.165) とは異符号である。(8.167) の磁気エネルギーは電流を独立変数とする関数であるものと解釈すると、増加関数である。静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (8.165) および磁気エネルギー (8.167) は (8.168) の関係にある。

$$\Delta U_{ba} = -U_{Bba} \dots (8.168)$$

(4.222) を使用してこのインダクタ内の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率を計算する。(4.222) を使用すると (8.169) を記述できる。インダクタの両端の電圧 (8.152) および (8.169) を使用すると (8.170) を記述できる。仮定 (8.161) を使用しての (8.170) の符号である。(8.170) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して減少している。

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = \Delta V_{12} \cdot i(t), (dt \neq 0) \dots (4.222)$$

$$\frac{du_{ba}(t)}{dt} = \Delta V_{ba} \cdot i_{ba}(t), (dt \neq 0) \dots (8.169)$$

$$V_a - V_b = -L \frac{di_{ba}}{dt} < 0 \dots (8.152)$$

$$\frac{du_{ba}(t)}{dt} = -L \frac{di_{ba}}{dt} \cdot i_{ba}(t) < 0, (i_{ba} > 0, dt \neq 0) \dots (8.170)$$

(4.245) を使用してこのインダクタ内の静電氣力のなす仕事量の時間に対する変化率——電力のことである。——を計算する。(4.245) を使用すると (8.171) を記述できる。インダクタの両端の電圧 (8.152) および (8.171) を使用すると (8.172) を記述できる。仮定 (8.161) を使用しての (8.172) の符号である。(8.172) の静電氣力のなす仕事量は時間に対して増加している。

$$p = \frac{dw_{12}}{dt} = \Delta V_{21} \cdot i(t), (dt \neq 0) \dots (4.245)$$

$$p = \frac{dw_{ba}}{dt} = \Delta V_{ab} \cdot i_{ba}(t), (dt \neq 0) \dots (8.171)$$

$$p = \frac{dw_{ba}}{dt} = L \frac{di_{ba}}{dt} \cdot i_{ba}(t) > 0, (i_{ba} > 0, dt \neq 0) \dots (8.172)$$

電流 (8.145) の符号が (8.173) の場合を考える。電流 (8.145) の符号が (8.173) の場合は正の電氣量は位置 a から位置 b に移動している。

$$i_{ba} \leq 0 \dots (8.173)$$

電流 (8.145), (8.148) および (8.173) を使用すると, (8.156) の符号は (8.174) の符号になる。(8.157) でない場合は, (8.174) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は増加する。

(8.159) および (8.174) を使用すると, 位置 a から位置 b へ移動する正の点電荷に作用する静電氣力のなす仕事量の符号は (8.175) になる。特に, (8.175) の仕事量が負の場合は, 正の点電荷に作用している静電氣力の向きはその点電荷の移動方向とは逆——仕事量の内積の余弦が負になる方向の意味であ

る。——であることを示す。ただし、(8.174) および (8.175) の左辺の添え字 ba は形式として記述である。実際の内容は、位置 a から位置 b へ移動する正の点電荷の計算になる。

$$\Delta U_{ba} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_6^2 - i_5^2) \geq 0 \dots (8.174)$$

$$W_{ba} \leq 0 \dots (8.175)$$

(8.148) および (8.173) を考慮すると、(8.176) の場合も考えられる。ここで、(8.176) を仮定して、(8.174) を (8.177) に記述する。(8.159) および (8.177) を使用すると、位置 a から位置 b へ移動する正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量 (8.178) を記述できる。

$$i_6 = 0 \dots (8.176)$$

$$\Delta U_{ba} = \frac{1}{2} \times L \times i_5^2 \geq 0 \dots (8.177)$$

$$W_{ba} = -\frac{1}{2} \times L \times i_5^2 \leq 0 \dots (8.178)$$

一般に物理学では インダクタに生じた電流 (8.145) に起因する磁場に蓄えられているエネルギーを (8.178) の仕事量として供給したものと仮定する。 この仮定を導入すると、磁場での減少した分の磁気エネルギー (8.179) が静電気力のなす仕事量の総和として (8.178) で記述できる。そして、減少した分の磁気エネルギー (8.179) は インダクタから——そのインダクタを含む——回路となる系の他の部位にエネルギーを供給したものと仮定する。

$$U_{Bba} = -\frac{1}{2} \times L \times i_5^2 \leq 0 \dots (8.179)$$

(8.179) ではインダクタに電流 (8.145) が生じると、インダクタに生じる磁場の磁気エネルギー (8.179) が減少する。(8.179) の値は静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.156) とは異符号である。(8.179) の磁気エネルギーの減少した分は電流を独立変数とする関数であるものと解釈すると、減少関数である。静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.156) および磁気エネルギーの減少した分は (8.180) の関係にある。

$$U_{Bba} = -\Delta U_{ba} \dots (8.180)$$

(4.222) を使用してこのインダクタ内の静電的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率を計算する。(4.222) を使用すると (8.181) を記述できる。インダクタの両端の電圧 (8.152) および (8.181) を使用すると (8.182) を記述できる。仮定 (8.173) を使用しての (8.182) の符号である。(8.182) の静電的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して増加している。

$$\frac{du_{ba}(t)}{dt} = \Delta V_{ba} \cdot i_{ba}(t), (dt \neq 0) \dots (8.181)$$

$$V_a - V_b = -L \frac{di_{ba}}{dt} < 0 \dots (8.152)$$

$$\frac{du_{ba}(t)}{dt} = -L \frac{di_{ba}}{dt} \cdot i_{ba}(t) > 0, (i_{ba} < 0, dt \neq 0) \dots (8.182)$$

(4.245) を使用してこのインダクタ内の静電気力のなす仕事量の時間に対する変化率——電力のことである。——を計算する。(4.245) を使用すると (8.183) を記述できる。インダクタの両端の電圧 (8.152) および (8.183) を使用すると (8.184) を記述できる。仮定 (8.173) を使用しての (8.184) の符号である。(8.184) の静電気力のなす仕事量は時間に対して減少している。

$$p = \frac{dw_{ba}}{dt} = \Delta V_{ab} \cdot i_{ba}(t), (dt \neq 0) \dots (8.183)$$

$$p = \frac{dw_{ab}}{dt} = L \frac{di_{ba}}{dt} \cdot i_{ba}(t) < 0, (i_{ba} < 0, dt \neq 0) \dots (8.184)$$

図 8.14 の位置 b から位置 a へ正の電気量が移動している場合を考える。(2.34) を使用して静電気的ポテンシャルエネルギーの差の微分を記述すると (8.185) になる。(8.185) を使用して静電気的ポテンシャルエネルギーの差を計算する。この正の電気量の移動をインダクタに生じている電流 (8.145) として扱う。電流 (8.145) は誘導電流ではないものとする。

$$du_{ba}(q) = V_{ba} \times dq \dots (8.185)$$

$$i_{ba} \dots (8.145)$$

図 8.14 の両端の電圧は (8.186) であることを仮定する。(8.186) は (8.187) に書き直せる。(8.187) では位置 b の電位は位置 a の電位よりも低いことを意味する。

$$V_a - V_b > 0 \dots (8.186)$$

$$V_a > V_b \dots (8.187)$$

また、電流 (8.145) の時間に対する変化率が (8.188) である場合を仮定する。(8.32) および仮定 (8.188) を使用すると、(8.189) になる。(8.189) は負の値の誘導起電力である。

$$\frac{di_{ba}}{dt} < 0 \dots (8.188)$$

$$\varepsilon_L = L \frac{di_{ba}}{dt} < 0 \dots (8.189)$$

電流 (8.145) の正の向き、(8.188)、(8.189) およびレンツの法則を使用すると、誘導電流は位置 b から位置 a の向きに生じる。この誘導電流を生じさせる誘導起電力を (8.190) で記述できる。誘導電流の正值の向きを誘導起電力の正值としたものが (8.190) である。(8.191) は (8.190) およびインダクタの両端の電圧 (8.186) との関係性を記述したものである。

$$\varepsilon_{Lba} = -L \frac{di_{ba}}{dt} > 0 \dots (8.190)$$

$$\varepsilon_{Lba} = V_a - V_b > 0 \dots (8.191)$$

(8.191) の左辺に (8.190) の右辺を代入すると (8.192) を記述できる。インダクタンスを使用して (8.192) はインダクタの両端の電圧を記述したものである。

$$V_a - V_b = -L \frac{di_{ba}}{dt} > 0 \dots (8.192)$$

(8.185) および (8.192) を使用して, (8.193) を記述できる. (8.154) および (8.193) の記述は同じである.

$$du_{ba}(q) = -L \frac{di_{ba}}{dt} \times dq \dots (8.193)$$

静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の微分 (8.193) での定積分を記述すると (8.194) になる. (8.194) の両辺は定積分すると (8.195) に記述できる. (8.195) の左辺は静電氣的ポテンシャルエネルギーの差である.

$$\int_0^{\Delta U_{ba}} du_{ba} = -L \times \int_{i_7}^{i_8} i_{ba} \times di_{ba} \dots (8.194)$$

$$\Delta U_{ba} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_8^2 - i_7^2) \dots (8.195)$$

(8.196) が成立すると, (8.195) の右辺は (8.197) になる. (8.197) では正の点電荷の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は零である.

(8.159) および (8.197) を使用すると (8.198) を記述できる. (8.198) では, 正の点電荷に作用する静電氣力のなす仕事量は零である.

$$i_8 = i_7 \dots (8.196)$$

$$\Delta U_{ba} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_8^2 - i_7^2) = 0 \dots (8.197)$$

$$\Delta U_{ba} = -W_{ba} \dots (8.159)$$

$$W_{ba} = 0 \dots (8.198)$$

電流 (8.145) の符号を考へて静電氣的ポテンシャルエネルギーの差 (8.195) を考察する. 電流 (8.145) の符号が (8.199) の場合を考へる. 電流 (8.145) の符号が (8.199) の場合は 正の電氣量は位置 b から位置 a に移動している.

$$i_{ba} \geq 0 \dots (8.199)$$

電流 (8.145), (8.188) および (8.199) を使用すると, (8.195) の符号は (8.200) の符号になる. (8.196) でない場合は, (8.200) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は増加する.

(8.195), (8.159) および (8.200) を使用すると, 位置 b から位置 a へ移動する正の点電荷に作用する静電氣力のなす仕事量の符号は (8.201) になる. 特に, (8.201) の仕事量が負の場合は, 正の点電荷に作用している 静電氣力の向きはその点電荷の移動方向とは逆——仕事量の内積の余弦が負になる方向の意味である. ——であることを示す.

$$\Delta U_{ba} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_8^2 - i_7^2) \geq 0 \dots (8.200)$$

$$W_{ba} \leq 0 \dots (8.201)$$

(8.188) および (8.199) を考へると, (8.202) の場合も考へられる. ここで, (8.202) を仮定して, (8.200) を (8.203) に記述する. (8.159) および (8.203) を使用すると, 位置 b から位置 a へ移動す

る正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量の符号は (8.204) になる.

$$i_g = 0 \cdots (8.202)$$

$$\Delta U_{ba} = \frac{1}{2} \times L \times i_7^2 \geq 0 \cdots (8.203)$$

$$W_{ba} = -\frac{1}{2} \times L \times i_7^2 \leq 0 \cdots (8.204)$$

一般に物理学では インダクタに生じた電流 (8.145) に起因する磁場に蓄えられているエネルギーを (8.204) の仕事量として供給したものと仮定する. この仮定を導入すると, 磁場での減少した分の磁気エネルギー (8.205) が, 静電気力のなす仕事量の総和として (8.204) で記述できる. そして, 減少した分の磁気エネルギー (8.205) は インダクタから——そのインダクタを含む——回路となる系の他の部位にエネルギーを供給したものと仮定する.

$$U_{Bba} = -\frac{1}{2} \times L \times i_7^2 \leq 0 \cdots (8.205)$$

(8.205) ではインダクタに電流 (8.145) が生じると, インダクタに生じる磁場の磁気エネルギー (8.205) が減少する. (8.205) の値は静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.203) とは異符号である. (8.205) の磁気エネルギーは電流を独立変数とする関数であるものと解釈すると, 減少関数である. 静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.203) および磁気エネルギーの減少した分は (8.206) の関係にある.

$$U_{Bba} = -\Delta U_{ba} \cdots (8.206)$$

(4.222) を使用してこのインダクタ内の静電的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率を計算する. (4.222) を使用すると (8.207) を記述できる. インダクタの両端の電圧 (8.192) および (8.207) を使用すると (8.208) を記述できる. 仮定 (8.199) を使用しての (8.208) の符号である. (8.208) の静電的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して増加している. (8.208) の計算は (8.200) と一致する.

$$\frac{du_{12}(t)}{dt} = \Delta V_{12} \cdot i(t), (dt \neq 0) \cdots (4.222)$$

$$\frac{du_{ba}(t)}{dt} = \Delta V_{ba} \cdot i_{ba}(t), (dt \neq 0) \cdots (8.207)$$

$$V_a - V_b = -L \frac{di_{ba}}{dt} > 0 \cdots (8.192)$$

$$\frac{du_{ba}(t)}{dt} = -L \frac{di_{ba}}{dt} \cdot i_{ba}(t) > 0, (i_{ba} > 0, dt \neq 0) \cdots (8.208)$$

(4.245) を使用してこのインダクタ内の静電気力のなす仕事量の時間に対する変化率——電力のことである. ——を計算する. (4.245) を使用すると (8.209) を記述できる. インダクタの両端の電圧 (8.192) および (8.209) を使用すると (8.210) を記述できる. 仮定 (8.199) を使用しての (8.210) の符号である. (8.210) の静電気力のなす仕事量は時間に対して減少している.

$$p = \frac{dw_{12}}{dt} = \Delta V_{21} \cdot i(t), (dt \neq 0) \cdots (4.245)$$

$$p = \frac{dw_{ba}}{dt} = \Delta V_{ab} \cdot i_{ba}(t), (dt \neq 0) \dots (8.209)$$

$$p = \frac{dw_{ba}}{dt} = L \frac{di_{ba}}{dt} \cdot i_{ba}(t) < 0, (i_{ba} > 0, dt \neq 0) \dots (8.210)$$

電流 (8.145) の符号が (8.205) の場合を考える. 電流 (8.145) の符号が (8.211) の場合は正の電気量は位置 a から位置 b に移動している.

$$i_{ba} \leq 0 \dots (8.211)$$

(8.145), (8.188) および (8.211) を使用すると, (8.200) の符号は (8.212) の符号になる. (8.196) でない場合は, (8.212) の静電的ポテンシャルエネルギーの差は減少する.

(8.159) および (8.212) を使用すると, 位置 a から位置 b へ移動する正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量の符号は (8.213) になる. 特に, (8.213) の仕事量が正の場合は, 正の点電荷に作用している静電気力の向きはその点電荷の移動方向とは同じ向き——仕事量の内積の余弦が正になる方向の意味である. ——であることを示す. ただし, (8.212) および (8.213) の左辺の添え字 ba は形式として記述である. 実際の内容は, 位置 a から位置 b へ移動する正の点電荷の計算になる.

$$\Delta U_{ba} = -\frac{1}{2} \times L \times (i_8^2 - i_7^2) \leq 0 \dots (8.212)$$

$$W_{ba} \geq 0 \dots (8.213)$$

(8.188) および (8.211) を考慮すると, (8.214) の場合も考えられる. ここで, (8.214) を仮定して, (8.195) を (8.215) に記述する. (8.159) および (8.215) を使用すると, 位置 a から位置 b へ移動する正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量 (8.216) を記述できる.

$$i_7 = 0 \dots (8.214)$$

$$\Delta U_{ba} = -\frac{1}{2} \times L \times i_8^2 \leq 0 \dots (8.215)$$

$$W_{ba} = \frac{1}{2} \times L \times i_8^2 \geq 0 \dots (8.216)$$

一般に物理学ではインダクタに生じた電流 (8.145) に起因する磁場に, 点電荷に作用している静電気力のなす仕事量 (8.216) はエネルギーとして蓄えられているものと仮定する. この仮定を導入すると, (8.216) は磁場に蓄えられた磁気エネルギーとして (8.217) で記述できる.

$$U_{Bba} = \frac{1}{2} \times L \times i_8^2 \geq 0 \dots (8.217)$$

(8.217) ではインダクタに電流 (8.145) が生じると, インダクタに生じる磁場に磁気エネルギー (8.217) が蓄えられる. (8.217) の値は静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.215) とは異符号である. (8.217) の磁気エネルギーは電流を独立変数とする関数であるものと解釈すると, 増加関数である. 静電的ポテンシャルエネルギーの差 (8.215) および磁気エネルギー (8.217) は (8.218) の関係にある.

$$U_{Bba} = -\Delta U_{ba} \dots (8.218)$$

(4.222) を使用してこのインダクタ内の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の時間に対する変化率を計算する。(4.222) を使用すると (8.219) を記述できる。インダクタの両端の電圧 (8.192) および (8.219) を使用すると (8.220) を記述できる。仮定 (8.211) を使用しての (8.220) の符号である。(8.220) の静電氣的ポテンシャルエネルギーの差は時間に対して減少している。

$$\frac{dU_{ba}(t)}{dt} = \Delta V_{ba} \cdot i_{ba}(t), (dt \neq 0) \dots (8.219)$$

$$V_a - V_b = -L \frac{di_{ba}}{dt} > 0 \dots (8.192)$$

$$\frac{dU_{ba}(t)}{dt} = -L \frac{di_{ba}}{dt} \cdot i_{ba}(t) < 0, (i_{ba} < 0, dt \neq 0) \dots (8.220)$$

(4.245) を使用してこのインダクタ内の静電氣力のなす仕事量の時間に対する変化率——電力のことである。——を計算する。(4.245) を使用すると (8.221) を記述できる。インダクタの両端の電圧 (8.192) および (8.221) を使用すると (8.222) を記述できる。仮定 (8.211) を使用しての (8.222) の符号である。(8.222) の静電氣力のなす仕事量は時間に対して増加している。

$$P = \frac{dW_{ba}}{dt} = \Delta V_{ab} \cdot i_{ba}(t), (dt \neq 0) \dots (8.221)$$

$$P = \frac{dW_{ba}}{dt} = L \frac{di_{ba}}{dt} \cdot i_{ba}(t) > 0, (i_{ba} < 0, dt \neq 0) \dots (8.222)$$

インダクタンス内で電流として移動する正の点電荷の運動エネルギーについて考える。図 8.14 のインダクタの両端での位置 a から位置 b へ移動する正の点電荷を仮定する。この点電荷の移動を電流 (8.223) として扱う。

$$i_{ab} > 0 \dots (8.223)$$

電流 (8.223) の時間に対する変化率に (8.224) を仮定する。位置 a および位置 b での電圧を (8.225) のように仮定する。(8.225) の左辺の第一項は位置 b の電位である。(8.225) の左辺の第二項は位置 a の電位である。(8.225) を (8.226) に書き直す。

$$\frac{di_{ab}}{dt} > 0 \dots (8.224)$$

$$V_b - V_a < 0 \dots (8.225)$$

$$V_b < V_a \dots (8.226)$$

(8.224) では (8.32) は (8.227) である。(8.227) は正の値である。

$$\varepsilon_L = L \frac{di_{ab}}{dt} > 0 \dots (8.227)$$

電流 (8.223), (8.224), (8.227) およびレンツの法則を使用すると、誘導電流は位置 b から位置 a の向

きに生じる。この誘導電流を生じさせる誘導起電力を (8.228) で記述できる。誘導電流の正值の向きを誘導起電力の正值としたものが (8.228) である。(8.229) は誘導起電力 (8.228) およびインダクタの両端の電圧との関係を記述したものである。

$$\varepsilon_{Lba} = L \frac{di_{ab}}{dt} > 0 \dots (8.228)$$

$$V_b - V_a = -L \frac{di_{ab}}{dt} < 0 \dots (8.229)$$

電流 (8.223) の時間に対する変化率に (8.230) を仮定する。位置 a および位置 b での電圧を (8.231) のように仮定する。(8.231) を (8.232) に書き直す。

$$\frac{di_{ab}}{dt} < 0 \dots (8.230)$$

$$V_b - V_a > 0 \dots (8.231)$$

$$V_b > V_a \dots (8.232)$$

(8.230) では (8.32) は (8.233) になる。(8.233) は負の値である。

$$\varepsilon_L = L \frac{di_{ab}}{dt} < 0 \dots (8.233)$$

電流 (8.223), (8.230), (8.233) およびレンツの法則を使用すると、誘導電流は位置 a から位置 b の向きに生じる。この誘導電流を生じさせる誘導起電力を (8.234) で記述できる。誘導電流の正值の向きを誘導起電力の正值としたものが (8.234) である。(8.235) は誘導起電力 (8.234) およびインダクタの両端の電圧との関係を記述したものである。

$$\varepsilon_{Lab} = -L \frac{di_{ab}}{dt} > 0 \dots (8.234)$$

$$V_b - V_a = -L \frac{di_{ab}}{dt} > 0 \dots (8.235)$$

電流 (8.223) において、(8.224) および (8.230) の仮定でも (8.236) のインダクタの誘導起電力および電圧の関係になる。(8.236) を使用して、電流 (8.223) においての (8.224) および (8.230) の仮定でこの正の点電荷の持つ運動エネルギーの差について考える。ここで考える運動エネルギーの差は力学的エネルギー保存の法則の記述で使用するものである。

$$V_b - V_a = -L \frac{di_{ab}}{dt} \dots (8.236)$$

(8.234) および (8.236) を使用すると、静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分を記述できる。(8.237) の左辺は正の点電荷の位置 a および位置 b での静電的ポテンシャルエネルギーの差の微分である。

(8.237) の左辺を (8.238) の左辺で記述する。

$$du_{q12}(q) = \Delta V_{12} dq \dots (2.34)$$

$$(V_b - V_a) \cdot dq = -L \cdot i_{ab} \cdot di_{ab}, \left(i_{ab} = \frac{dq}{dt} \right) \dots (8.237)$$

$$du_{ab} = -L \cdot i_{ab} \cdot di_{ab} \dots (8.238)$$

力学的エネルギー保存の法則を (8.239) で記述する。力学的エネルギー保存の法則は本書の第1回の3章で説明した。力学的エネルギー保存の法則 (8.239) の左辺の第一項は運動エネルギーの差である。力学的エネルギー保存の法則 (8.239) の左辺の第二項は静電氣的ポテンシャルエネルギーの差である。力学的エネルギー保存の法則 (8.239) の右辺は外力のなす仕事量である。

$$k + u_{ab} = W_{ex} \dots (8.239)$$

(8.239) の両辺の微分を (8.240) で記述できるものとする。(8.240) の左辺の第一項は運動エネルギーの差の微分である。(8.240) の左辺の第二項は静電氣的ポテンシャルエネルギーの差の微分である。

(8.240) の右辺は外力のなす仕事量の微分である。(8.240) の左辺の第二項に (8.238) を代入すると (8.241) を記述できる。ただし、(8.238) で使用したインダクタの誘導起電力の式は幾つかの仮定を使用して導出したものである。この意味では、物理学においては (8.238) は (8.239) および (8.240) の式とは同等の厳密性を持つものとは扱えない。このために、本書では (8.240) は (8.241) よりも厳密性が高い式であるものと扱う。ここでの計算は便宜的な計算として扱うものであり、インダクタの誘導起電力のために厳密性を犠牲にしているものと解釈できる。本書は工学の回路論であるので以下の考察を試みることにした。

$$dk + du_{ab} = dW_{ex} \dots (8.240)$$

$$dk - L \cdot i_{ab} \cdot di_{ab} = dW_{ex} \dots (8.241)$$

(8.241) の左辺での運動エネルギーの差の微分は (8.242) で記述できる。(8.242) には (8.243) を仮定する。

$$dk(q) = k'(q) \times dq \dots (8.242)$$

$$k'(q) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(q+h) - k(q)}{h} \dots (8.243)$$

電流 (8.244) の場合では (8.245) になる。(8.241) での運動エネルギーの差の微分 (8.242) では正の電気量 h が変化する場合に (8.243) の極限值が一意に定まる。(8.241) を使用すると (8.246) を記述できる。

$$i_{ab} = \frac{dq(t)}{dt} \neq 0, (dt \neq 0) \dots (8.244)$$

$$dq \neq 0 \dots (8.245)$$

$$dk(q) = dW_{ex}(q) + L \cdot i_{ab} \cdot di_{ab} \dots (8.246)$$

(8.246) の右辺のインダクタンス、電流、電流の微分および外力の微分で運動エネルギーの差の微分が決定する。(8.242) では (8.245) が成立する場合では運動エネルギーの差の微分は (8.245) の左辺の微分および微分係数 (8.243) で決定する。(8.245) の仮定が成立すると、(8.242)、(8.243) および (8.246) を使用して (8.247) を記述できる。(8.247) の第二項は誘導起電力になる。(8.243) は (8.247) の右辺の第一項および誘導起電力で記述できる。

$$k'(q) = \frac{dW_{ex}(q)}{dq} + L \frac{di_{ab}(t)}{dt}, (dq \neq 0) \dots (8.247)$$

9. 回路素子 (circuit element)

本書では電気の回路論における電位について説明をしてきた。ここで、回路を構成する素子の一般的な記号について説明する。本章で説明する一部の回路素子を使用して10章で回路図を与えて、その回路図の回路方程式についての簡単な解析をする。

抵抗やコンデンサなどの回路の素子を接続するのに導線を使用する。回路図での導線の記号は図9.1のようになる。図9.2の導線の両端にある位置1および位置2の電位は(9.1)の関係になる。導線の両端の電位は等しいことを(9.1)では記述している。(9.1)を使用すると(9.2)を記述できる。導線の両端の電圧は零であることを(9.2)は記述している。

$$v_1 = v_2 \cdots (9.1)$$

$$v_{21} = v_1 - v_2 = 0 \cdots (9.2)$$



図9.1 導線の記号の説明1

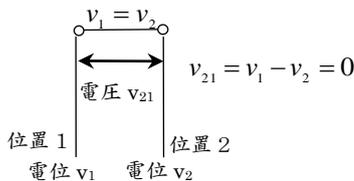


図9.2 導線の記号の説明2

3章で起電力について説明した。一般には回路図では起電力を電圧源あるいは電流源の図において使用する。本書では独立電源と呼ばれる電圧源および電流源について——独立電源とは異なる制御電源と呼ばれるものもある。——説明する。

電圧源は起電力で安定的な電圧を出力することができる。電圧源を回路に接続すると回路には電圧および電流が生じる。この電圧は電圧源において定められた電圧である。一方、電流は電圧源において定められた電圧およびその電圧源を接続された回路の電圧源以外の部分との関係において定まる。このために、電圧源のみではその回路に生じる電流を制御できない。

電流源は起電力で安定的な電流を出力することができる。電流源を回路に接続すると回路には電圧および電流が生じる。この電流は、電流源において定められた電流である。一方、電圧は電流源において定められた電流およびその電流源に接続された回路の電流源以外の部分との関係において定まる。このために、電流源のみではその回路に生じる電圧を制御できない。

一般的な回路論 I では、電圧源および電流源の起電力には交流の起電力あるいは直流の起電力の2種類を使用する。直流の起電力を直流起電力と呼ぶ。また、交流の起電力を交流起電力と呼ぶ。

電圧源の起電力における直流起電力の記号は図9.3のようになる。起電力内では正の電気量が図9.3の記号の左側——短い縦線の側——から右側——長い縦線の側——に移動する。図9.3の直流起電力の右側は左側よりも電位が高いことになる。

一般には、直流起電力を(9.3)の左辺のように大文字のアルファベットで記述することがある。著者の

経験ではアルファベットは E あるいは V がしばしば使用されている。図 9.4 では起電力の電圧を (9.3) で記述できる。3章の起電力の説明では、(3.18) ~ (3.25) が直流起電力の計算である。

$$E = V_2 - V_1 > 0 \dots (9.3)$$



図 9.3 電圧源の直流起電力の記号の説明

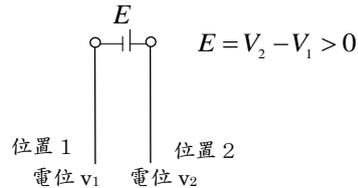


図 9.4 電圧源の直流起電力の記号の説明 2

電圧源の起電力における交流起電力の記号は図 9.5 のようになる。一般的には、交流起電力は電流の正の値の向きを決めて使用する。そして、その電流の正の向きと逆向きの電流は負の値になる。直流起電力と異なることには、図 9.5 の交流起電力の両端に生じる各電位による電圧は正および負の値になることがある。

一般には、交流起電力を (9.4) のように小文字のアルファベットで記述することがある。著者の経験ではアルファベットは e あるいは v がよく使用されている。

$$e \dots (9.4)$$



図 9.5 電圧源の交流起電力の記号の説明

電圧源では直流起電力および交流起電力の記号は異なるものになっている。電流源の起電力が存在するものとする部分では図 9.6 の記号を交流および直流の両方の場合で使用する。

一般的には交流起電力で生じる電流源には (9.5) のようにアルファベットの小文字を使用する。そして、この (9.5) のような小文字を図 9.6 の中央の記号部に添える。

また、一般的には直流起電力で生じる電流源には (9.6) のようにアルファベットの大文字を使用する。そして、この (9.6) のような大文字を図 9.6 の中央の記号部に添える。また、(9.5) および (9.6) のアルファベットの意味はその電流源が生じることが可能な電流の最大値を示す。

$$i \dots (9.5)$$

$$I \dots (9.6)$$

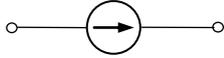


図 9.6 電流源の直流・交流起電力の記号の説明

6章で電気抵抗について説明した。6章では電気抵抗の値が変化する場合および変化しない場合をそれぞれ説明した。

図 9.7 の記号は電気抵抗の値が変化しない場合に使用する。図 9.8 の記号は電気抵抗の値が変化する場合に使用する。図 9.7 および図 9.8 の両端に導線を接続して電気回路のデバイスに接続する。図 9.7 および図 9.8 の記号には電気抵抗を示すアルファベットを添えることもある。



図 9.7 電気抵抗の記号の説明



図 9.8 可変抵抗の記号の説明

実際の独立電源には起電力だけでなく内部抵抗と呼ばれる電気抵抗も考慮する。ここでは、直流起電力による直流電圧源および直流電流源の独立電源の図を示す。

図 9.9 は直流電圧源の図である。図 9.9 の (9.7) は内部抵抗と呼ばれるものである。図 9.9 の (9.8) は直流起電力である。図 9.9 に示すように位置 1 および位置 2 の電位を与える。図 9.9 の位置 1 および位置 2 には回路が接続されているものと仮定する。この仮定のために、図 9.9 には (9.9) の直流が生じているものとする。これらの前提においては、(9.10) の関係が成立する。(9.10) の左辺には内部抵抗が記述されている。(9.7) の内部抵抗のために、位置 1 および位置 2 による電圧には直流起電力 (9.8) よりも小さい値が生じる。このために、図 9.9 の直流電圧源に接続した回路には (9.10) の左辺の電圧が生じることになる。

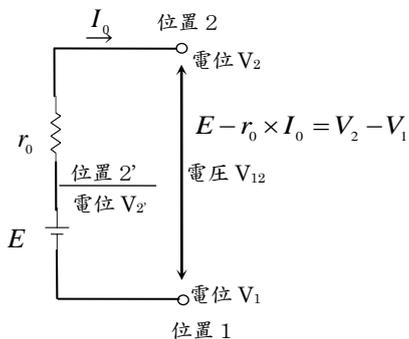


図 9.9 直流電圧源の記号

$$r_0 \dots (9.7)$$

$$E \dots (9.8)$$

$$I_0 \dots (9.9)$$

$$E - r_0 \times I_0 = V_2 - V_1 > 0 \dots (9.10)$$

図 9.9 の位置 1 および位置 2' の電圧および直流起電力の関係は (9.11) になる. 図 9.9 の位置 2' および位置 2 の電圧および内部抵抗 (9.7) との関係は (9.12) で記述できる. (9.11) および (9.12) を使用して, 位置 1 および位置 2 における電圧を (9.13) で記述できる. (9.13) の左辺は (9.14) のように書き直せる. (9.14) を使用すると (9.15) になる. (9.15) は (9.10) に等しい.

$$V_{2'} - V_1 = E > 0 \dots (9.11)$$

$$V_{2'} - V_2 = r_0 \times I_0 > 0 \dots (9.12)$$

$$(V_{2'} - V_2) - (V_{2'} - V_1) = r_0 \times I_0 - E < 0 \dots (9.13)$$

$$-V_2 + V_1 = r_0 \times I_0 - E < 0 \dots (9.14)$$

$$V_2 - V_1 = E - r_0 \times I_0 \dots (9.15)$$

ここで, 図 9.9 の独立電源に抵抗 (9.16) を図 9.10 のように接続した場合を考える. 図 9.10 の電気抵抗 (9.16) には直流 (9.9) が生じて, 抵抗 (9.16) に電圧 (9.17) を生じる.

$$R \dots (9.16)$$

$$V_2 - V_1 = R \times I_0 \dots (9.17)$$

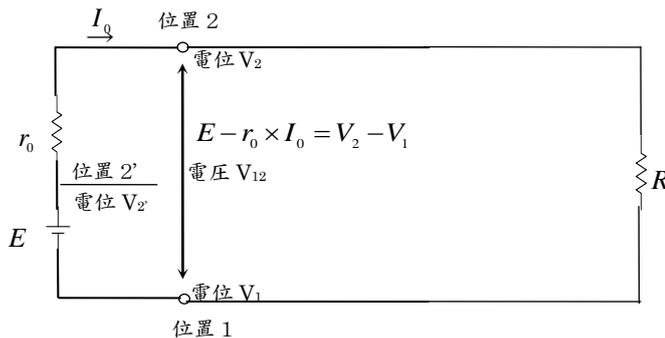


図 9.10 直流電圧源の記号の説明

図 9.11 は直流起電力による電流源の図である. 図 9.11 の独立電源の電流源には内部抵抗 (9.18) を示している. (9.19) は図 9.11 での電流源の電流の最大値である. 図 9.11 には位置 1 および位置 2 の電位を示している. ここでは, 位置 1 および位置 2 に回路が接続してあるものと仮定する. このために, 図 9.11 に示すように直流 (9.20) が生じる.

$$r > 0 \dots (9.18)$$

$$I > 0 \dots (9.19)$$

$$I_1 > 0 \dots (9.20)$$

5章で説明した電気量の保存あるいはキルヒホッフの第1法則を使用すると, 内部抵抗 (9.18) に生じる電流を (9.21) で記述できる. (9.21) を使用すると内部抵抗 (9.18) に生じる電圧は (9.22) で記述できる. 図 9.11 の電流源に接続した回路には電流源の最大値である電流 (9.19) は生じない. 電流源に接続した回路に生じる電流 (9.20) は電流源の内部抵抗 (9.18) に生じる電流 (9.21) だけ (9.19) よりも小さい電流になる.

$$I - I_1 \dots (9.21)$$

$$V_2 - V_1 = r \times (I - I_1) > 0 \dots (9.22)$$

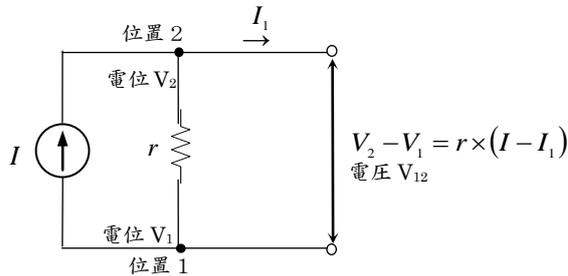


図 9.11 電流源の記号の説明

ここで、図 9.11 の独立電源に電気抵抗 (9.16) を図 9.12 のように接続した場合を考える。図 9.12 の電気抵抗 (9.16) には直流 (9.20) が生じて、電気抵抗 (9.16) に電圧 (9.23) を生じる。

$$V_2 - V_1 = R \times I_1 \dots (9.23)$$

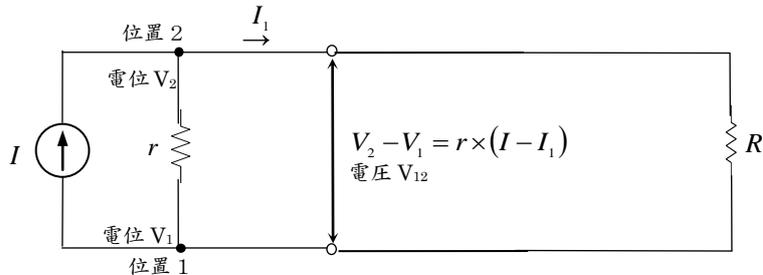


図 9.12 電流源の記号の説

(9.10) および (9.22) の位置 1 および位置 2 における電圧が等しい場合を考える。この場合は、(9.24) を記述できる。(9.24) において (9.25) および (9.26) が成立する場合は、図 9.10 の直流 (9.9) および図 9.12 の直流 (9.20) は (9.27) の関係にある。このことから、(9.17) および (9.23) を使用すると (9.28) になる。

(9.28) では図 9.10 のように電圧源に接続した電気抵抗 (9.16) および図 9.12 のように電流源に接続した電気抵抗 (9.16) に生じる電圧は等しい。

$$r \times (I - I_1) = E - r_0 \times I_0 \dots (9.24)$$

$$r \times I = E \dots (9.25)$$

$$r = r_0 \dots (9.26)$$

$$I_1 = I_0 \dots (9.27)$$

$$V_2 - V_1 = R \times I_1 = R \times I_0 \dots (9.28)$$

図 9.9 の電圧源および図 9.11 の電流源は (9.25) および (9.26) が成立するならば、独立電源の出力においては同じ電流 (9.27) を生じている。

上述では直流の場合を説明した。交流の場合においても直流の場合と同様に図を示すことができる。ただし、起電力の記号は交流のものを使用する。

本書の第4回でコンデンサを説明した。コンデンサの記号は図 9.13 あるいは図 9.14 になる。図 9.13 のコンデンサはコンデンサの容量が変化しない場合に使用する。図 9.14 のコンデンサはコンデンサの容量が変化する場合に使用する。図 9.13 および図 9.14 の両端に導線を接続して電気回路のデバイスに接続する。図 9.13 および図 9.14 の記号にはコンデンサの容量を示すアルファベットを添えることもある。



図 9.13 コンデンサの記号の説明



図 9.14 可変コンデンサの記号の説明

8章でインダクタを説明した。インダクタの記号は図 9.15 になる。一般には、図 9.15 のインダクタはインダクタンスが変化しない場合に使用する。図 9.15 の両端に導線を接続して電気回路のデバイスに接続する。図 9.15 の記号にはインダクタンスを示すアルファベットを添えることもある。



図 9.15 インダクタの記号の説明

図 9.16 は接地の記号である。接地により電位を零にしていることを意味する。このために、電位を零にしたい位置に接続する。図 9.16 を接続された位置の電位は常に零である。本書の第3回で無限遠を零になるように基準の位置として電位を定義した。しかし、実際には無限遠を得ることは難しいので図 9.16 の使用で接地をして電位が零となる位置を作ることになる。



図 9.16 接地の記号の説明

10. 回路解析 (circuit analysis)

本章では回路解析で使用する回路方程式の記述を目的とする。図 10.1 の回路図を使用して図 10.1 の交流の直列 RCL 回路の回路方程式を記述する。そして、その回路方程式でのインピーダンスおよび回路に生じる電流の最大値について計算する。本章が第 5 回の最後の本文での説明となる。

図 10.1 の回路を構成している質点系を仮定する。その系を扱うことで図 10.1 の回路を解析する。ここで仮定した質点系は、導線、交流電圧源、電気抵抗——オームの法則に従うものとする。——、コンデンサおよびインダクタなどを構成している質点の系である。その質点系に系のエネルギー保存則を使用して回路方程式を導出する。10 章で使用する質点系のエネルギー保存則については、本書の第 1 回である文献 1 2 の付録で簡単な説明をした。

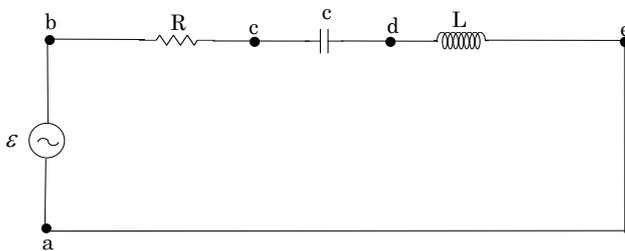


図 10.1 直列 RLC 回路での回路の説明

(10.1) は系のエネルギー保存則の式である。(10.1) の左辺の第一項は質点系のポテンシャルエネルギーの差である。(10.1) の左辺の第二項は質点系の運動エネルギーの差である。(10.1) の左辺の第三項は質点系の内部エネルギーの差である。ここで、(10.2) のようにエネルギーの差を記述する。(10.1) および (10.2) を使用して (10.3) で系のエネルギー保存則を使用する。(10.3) の系のエネルギーの差では、電気抵抗、コンデンサおよびインダクタの質点系を仮定している。電気抵抗の質点系のエネルギーは、電気抵抗に生じる熱量で考える。コンデンサのエネルギーはコンデンサに生じる静電場の質点系のエネルギーを仮定して記述する。インダクタのエネルギーはインダクタに生じる磁場の質点系のエネルギーを仮定して記述する。

$$\Delta U + \Delta K + \Delta E_{\text{internal}} = W_{\text{external}} \cdots (10.1)$$

$$\Delta E_{\text{system}} = \Delta U + \Delta K + \Delta E_{\text{internal}} \cdots (10.2)$$

$$\Delta E_{\text{system}} = W_{\text{external}} \cdots (10.3)$$

図 10.1 の起電力は交流起電力である。この交流起電力では正の電気量を電位の低い位置から高い位置へ移動させる仕事量を計算する。この起電力の仕事量を、質点系に外力がなした外部仕事量として解釈する。

質点系を使用した理論上での考察を行う。この理論上での考察では 4 章、7 章および 8 章での仕事量をエネルギーとして扱う際の仮定を導入している。次に、電気抵抗、コンデンサおよびインダクタのエネルギー差について考える。

交流起電力は電気抵抗に電流を生じさせて、抵抗内でジュール熱を生じさせる。このジュール熱は導線内の点電荷が原子あるいは分子に衝突することで生じた熱量であるものと解釈する。この衝突は起電力に

起因して点電荷が移動することで生じたものである。この電気抵抗での電力の仕事量がその電気抵抗を構成している質点系のエネルギー差となる。

コンデンサに生じる静電場内の正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量を考える。この仕事量が静電場での質点系のエネルギー差である。

交流起電力に起因してインダクタに生じた電流はインダクタに誘導起電力および誘導電流を生じさせる。この誘導起電力——および誘導電流——で生じる静電場がインダクタ内で存在する。このインダクタ内の正の点電荷に作用する静電気力のなす仕事量がインダクタに生じる磁場での質点系のエネルギー差である。

(10.3) の両辺の微分を (10.4) で記述する。交流起電力で説明できる電圧を電気抵抗、コンデンサおよびインダクタに考えることができる。図 10.1 の回路の電気抵抗において生じた静電気力がある。その静電気力のなす仕事量およびその質点系のエネルギー差の微分を (10.5) で記述する。図 10.1 の回路のコンデンサにおいて生じた静電気力のなす仕事量およびその静電場における質点系のエネルギー差の微分を (10.6) で記述する。図 10.1 の回路のインダクタでの誘導起電力で生じた静電気力のなす仕事量およびその磁場における質点系のエネルギー差の微分を (10.7) で記述する。

$$dW_{\text{external}} = dE_{\text{system_deduct}} \cdots (10.4)$$

$$dW_{\text{R}} = dE_{\text{R_deduct}} \cdots (10.5)$$

$$dW_{\text{C}} = dE_{\text{C_deduct}} \cdots (10.6)$$

$$dW_{\text{L}} = dE_{\text{L_deduct}} \cdots (10.7)$$

(10.5) ~ (10.7) の総和は (10.8) になる。(10.8) の右辺を (10.9) で記述できるものと仮定する。(10.4) および (10.9) を使用すると (10.10) を記述できる。(10.10) の左辺は交流起電力の仕事量の微分である。(10.10) の右辺は電気抵抗、コンデンサおよびインダクタの電力を記述している仕事量の微分を使用して記述できる。

$$dW_{\text{C}} + dW_{\text{L}} + dW_{\text{R}} = dE_{\text{C_deduct}} + dE_{\text{L_deduct}} + dE_{\text{R_deduct}} \cdots (10.8)$$

$$dE_{\text{system_deduct}} = dE_{\text{C_deduct}} + dE_{\text{L_deduct}} + dE_{\text{R_deduct}} \cdots (10.9) \text{ 仮定}$$

$$dW_{\text{external}} = dE_{\text{C_deduct}} + dE_{\text{L_deduct}} + dE_{\text{R_deduct}} \cdots (10.10)$$

図 10.1 の回路に生じる電流を (10.11) で定義する。(10.11) の左辺の添え字は電流の正

の向きを示す。(10.11) の電流は図 10.1 の回路における位置 a から位置 b への向きを正の方向とする。

$$i_{ab}(t) = \frac{dq(t)}{dt}, (dt \neq 0) \cdots (10.11)$$

図 10.1 の電気抵抗およびコンデンサは (10.12) および (10.13) を満足するものとする。インダクタンスは (8.30) を使用する。

$$R = \text{const.} > 0 \cdots (10.12)$$

$$c = \text{const.} > 0 \cdots (10.13)$$

$$L = \text{const.} > 0 \cdots (8.30)$$

(10.14) は電気抵抗での電力の式である。(10.14) の左辺の添え字の R は電気抵抗を意味する。bc は電気抵抗内での正の電気量の移動による電流の正の向きが位置 b から位置 c の向きであることを示す。

(10.14) を使用すると (10.15) を記述できる. (10.15) の左辺が電気抵抗での仕事量の微分である.

$$\frac{dw_{Rbc}(t)}{dt} = R \times (i_{ab}(t))^2, (dt \neq 0) \dots (10.14)$$

$$dw_{Rbc}(t) = R \times (i_{ab}(t))^2 \cdot dt, (dt \neq 0) \dots (10.15)$$

(10.16) はコンデンサでの電気量, 容量および電圧の関係式である. (10.16) の左辺の電気量は正味の電気量として扱う. コンデンサに蓄積された電気量を正味の電気量として扱うことを4章で説明した.

(10.17) はコンデンサでの電力の式である. (10.17) の右辺の電圧を, (10.16) の右辺の電圧を使用して電気量およびコンデンサの容量で記述している. (10.17) の電流は (10.11) を使用した. (10.17) の左辺の添え字の C はコンデンサを意味する. cd はコンデンサでの正の電気量の移動による電流の正の向きが位置 c から位置 d の向きであることを示す. (10.11) および (10.17) を使用して (10.18) を記述する. (10.18) の左辺はコンデンサでの仕事量の微分である.

$$q(t) = c \times (v_c(t) - v_d(t)) \dots (10.16)$$

$$\frac{dw_{Ccd}(t)}{dt} = \frac{q(t)}{c} \cdot \frac{dq(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (10.17)$$

$$dw_{Ccd}(t) = \frac{q(t)}{c} \cdot i_{ab}(t) dt, (dt \neq 0) \dots (10.18)$$

(10.19) はインダクタでの電力の式である. インダクタの誘導起電力を使用して (10.19) の右辺の電圧を記述している. (10.19) の電流は (10.11) を使用した. (10.19) の左辺の添え字の L はインダクタを意味する. de はインダクタでの正の電気量の移動による電流の正の向きが位置 d から位置 e の向きであることを示す. (10.19) を使用して (10.20) を記述する. (10.20) の左辺はインダクタでの仕事量の微分である.

$$\frac{dw_{Lde}(t)}{dt} = L \frac{di_{ab}}{dt} \cdot i_{ab}(t), (dt \neq 0) \dots (10.19)$$

$$dw_{Lde}(t) = L \times i_{ab}(t) \cdot di_{ab}, (dt \neq 0) \dots (10.20)$$

図 10.1 の交流起電力を (3.14) で記述する. (3.14) を使用して (10.21) を記述する. (10.21) の左辺は交流起電力の仕事量の微分である.

$$\varepsilon = \frac{dW_{ab}(q)}{dq}, (dq \neq 0) \dots (3.14)$$

$$dW_{ab}(q) = \varepsilon \times dq(t), (dq(t) \neq 0) \dots (10.21)$$

(10.15), (10.18) および (10.20) を (10.10) の右辺に代入する. また, (10.21) を (10.10) の左辺に代入する. そして, (10.22) を記述する. ただし, (10.22) では (10.23) ~ (10.26) を仮定した.

$$\varepsilon \times dq = R \times (i_{ab}(t))^2 \cdot dt + \frac{q(t)}{c} \cdot i_{ab}(t) dt + L \times i_{ab}(t) \cdot di_{ab}, (dt \neq 0) \dots (10.22)$$

$$dW_{\text{external}} = dW_{ab}(q) \dots (10.23)$$

$$dW_R = dw_{Rbc}(t) \dots (10.24)$$

$$dW_C = dw_{Ccd}(t) \dots (10.25)$$

$$dW_L = dw_{Lde}(t) \cdots (10.26)$$

電流 (10.11) を使用すると, (10.22) は (10.27) に記述できる. (10.27) は (10.28) に書き直せる. 電流 (10.11) および系のエネルギーの保存則を使用して (10.27) および (10.28) を導出した. (10.27) および (10.28) については, 本章で図 10.1 の起電力に具体的な関数を仮定した問題を考える際に説明する. その説明では, 質点系のエネルギーの増減および電流 (10.11) を記述した正の電気量をもつ点電荷の静電的ポテンシャルエネルギーの増減について考察する.

$$\varepsilon \times \frac{dq}{dt} = R \times (i_{ab}(t))^2 + \frac{q(t)}{c} \cdot i_{ab}(t) + L \times i_{ab}(t) \cdot \frac{di_{ab}}{dt}, (dt \neq 0) \cdots (10.27)$$

$$\left(\varepsilon - R \times i_{ab}(t) - \frac{q(t)}{c} - L \times \frac{di_{ab}}{dt} \right) \times i_{ab}(t) = 0, (dt \neq 0) \cdots (10.28)$$

(10.29) あるいは (10.30) のどちらかが成立すれば (10.28) を満足する. (10.29) が常に成立することはここでの問題の仮定に反する. (10.29) が成立しない場合には (10.30) が成立する必要がある. 一方, (10.30) が常に成立すれば (10.29) の成立を問う必要はない.

$$i_{ab}(t) = 0 \cdots (10.29)$$

$$\varepsilon - R \times i_{ab}(t) - \frac{q(t)}{c} - L \times \frac{di_{ab}}{dt} = 0, (dt \neq 0) \cdots (10.30)$$

図 10.1 の回路の電位を使用して (10.30) について考える. 図 10.1 の位置 a および位置 b の電圧は交流起電力を使用して (10.31) で記述できる. 同様に, 位置 b および位置 c の電圧は電気抵抗および電流を使用して (10.32) で記述できる. 位置 c および位置 d の電圧はコンデンサの容量および電気量を使用して (10.33) で記述できる. 位置 d および位置 e の電圧はインダクタンスおよび電流を使用して (10.34) で記述できる. 位置 e および位置 a の電圧は導線における電圧なので位置 e の電位および位置 a の電位は等しいことから (10.35) になる. ただし, (10.31) ~ (10.35) は仮定である.

$$V_b - V_a = \varepsilon \cdots (10.31)$$

$$V_b - V_c = R \times i_{ab} \cdots (10.32)$$

$$V_c - V_d = \frac{q}{c}, (c \neq 0) \cdots (10.33)$$

$$V_d - V_e = L \times \frac{di_{ab}(t)}{dt} \cdots (10.34)$$

$$V_e - V_a = 0 \cdots (10.35)$$

回路論ではなく静電気学上の '静電場内の位置' における (10.36) を考える. この場合——電位が対応させられた静電場内の考察である. ——では, (10.36) は電位の値の加減算である. 数値の計算においては (10.36) を満足することになる.

$$(V_b - V_a) + (V_c - V_b) + (V_d - V_c) + (V_e - V_d) + (V_a - V_e) = 0 \cdots (10.36)$$

(10.36) の左辺の各電圧に (10.31) ~ (10.35) を代入すると (10.37) になる. 一般的な静電場内での (10.36) が (10.37) と同等になるためには (10.31) ~ (10.35) の仮定を成立させる必要がある.

$$\varepsilon - R \times i_{ab} - \frac{q}{c} - L \times \frac{di_{ab}(t)}{dt} + 0 = 0 \cdots (10.37)$$

図 10.1 の回路図から導出した (10.30) の記述は静電場内の位置における (10.36) を使用して記述した (10.37) の記述に等しい. (10.31) ~ (10.35) の仮定が系のエネルギー保存則による (10.30) に成立するならば (10.30) は (10.36) を満足する. また, (10.36) が図 10.1 の回路で成立するならば (10.31) ~ (10.35) の仮定をすると, (10.30) を満足する電流およびその電気量の関数において (10.28) は常に成立する.

(10.30) は (10.38) に記述できる. 一般的な図 10.1 の回路の計算では, (10.38) を使用して (10.38) の電流あるいは電気量を計算することで, 回路を調べる. 本書では, (10.38) を使用して, 電流の最大値およびインピーダンスと呼ばれるものについて説明する. (10.38) の微分方程式を解法して電流あるいは電気量を計算することは本書では行わない. 2007年現在の著者の判断で, 今後の本書の改訂におけるものとする.

$$\varepsilon = R \times i_{ab}(t) + \frac{q(t)}{c} + L \times \frac{di_{ab}}{dt}, (dt \neq 0) \dots (10.38)$$

(10.38) を記述するには系のエネルギー保存則あるいは (10.36) を使用する方法とは別の方法もある. その方法では, キルヒホッフの第 2 法則と呼ばれるものを使用することも電気の回路論では一般的である. 図 10.2 の番号を与えたノード——黒い丸の記号のこと. ——には (10.39) の電位が与えられているものと仮定する. 図 10.2 のノード間の線は導線ではない. 図 10.2 ではノードおよび線を使用して, ノード 1 からノード 8 を線で結んでいる閉回路を描いている. 各ノード間には電圧 (10.40) が生じているものとする. (10.40) の左辺はノード i およびノード j の間に生じている電圧である. (10.40) の右辺はノード i の電位およびノード j の電位との差である. (10.40) の電圧の符号はここでは定めないものとする.

$$v_j \dots (10.39)$$

$$v_{ij} = v_j - v_i \dots (10.40)$$

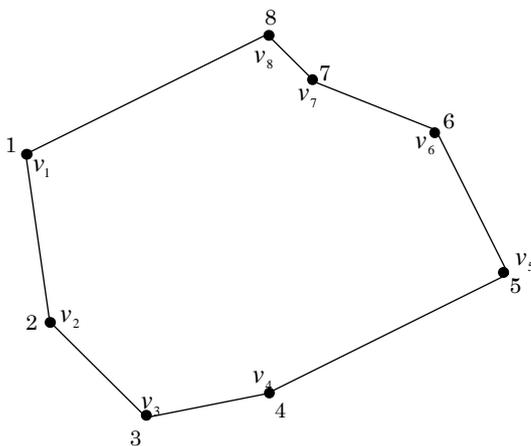


図 10.2 キルヒホッフの第 2 法則の説明

図 10.2 の閉回路の電圧は (10.41) の関係に記述できるものとする. (10.41) の左辺の各項での電圧に (10.40) を代入して (10.42) を記述できる. (10.42) での左辺の各項の代数和は (10.42) の右辺になることは明らかである.

$$v_{12} + v_{23} + v_{34} + v_{45} + v_{56} + v_{67} + v_{78} + v_{81} = 0 \cdots (10.41)$$

$$(v_2 - v_1) + (v_3 - v_2) + (v_4 - v_3) + (v_5 - v_4) + (v_6 - v_5) + (v_7 - v_6) + (v_8 - v_7) + (v_1 - v_8) = 0 \cdots (10.42)$$

(10.41) は閉回路のノードの数が8個の場合の計算である。閉回路のノードの数を n 個にした場合は (10.43) で記述できる。ただし、(10.43) の左辺の各項は (10.40) で記述する。

$$\sum_{i=1}^n v_{ij} = 0, (j = i + 1, \text{ if } i = n \text{ then } j = 1) \cdots (10.43)$$

任意の閉回路における (10.43) をキルヒホッフの第2法則——電圧平衡の法則とも呼ぶ。——と呼ぶ。 一般には (10.43) では各ノード間の電位の変化を観点として使用する。この観点のために、電圧が零のノード間の電圧は (10.43) では記述しないで使用することが著者の経験では一般的である。一方、(10.36) は静電場の各位置間の電圧を記述した代数和である。(10.36) の使用では (10.37) の左辺の第五項に零を示した。

キルヒホッフの第2法則を物理理論で説明する試みとして本章では次のように系のエネルギー保存則および静電場での電位の代数和——(10.36) のような計算のこと。——を使用する。(10.36) を (10.38) に記述する際には、(10.31) ~ (10.35) の仮定を使用した。一方、系のエネルギー保存則を使用して (10.30) を記述した。

‘一般の静電場内’ではなく‘閉回路’での電位に対して (10.30) が成立するものとして (10.31) ~ (10.35) の仮定を導入して (10.36) のような計算が成立するものとする。 この考えを一般的に閉回路の電位について記述したものがキルヒホッフの第2法則となる (10.43) であるものとする。

(10.36) は一般的な静電場内での代数和の計算である。しかし、キルヒホッフの第2法則 (10.43) は閉回路での法則である。閉回路において (10.43) を保証すれば、閉回路における (10.36) は記述可能である。この意味では、(10.36) は (10.43) とは異なることは明らかである。

著者の経験では、一般的には (10.43) を成立するものとして回路論では扱う。この扱いはキルヒホッフの第1法則も同様である。5章で説明したように、キルヒホッフの第1法則には電気量の保存で物理理論での説明を試みた。そして、本章ではキルヒホッフの第2法則に系のエネルギー保存則を使用して説明を試みた。付録IVでキルヒホッフの第1法則および第2法則を記述する関数の連続性について考察した。

図10.1の回路の交流起電力を (10.44) と仮定する。図10.1の回路に生じる電流 (10.11) の左辺を (10.45) と仮定する。(10.32) の右辺に (10.45) を代入すると、電圧 (10.46) を記述できる。

$$\varepsilon = \varepsilon_{\max} \sin(\omega \cdot t) \cdots (10.44)$$

$$i_{ab}(t) = i_{\max} \sin(\omega \cdot t - \phi) \cdots (10.45)$$

$$V_b - V_c = R \times i_{\max} \sin(\omega \cdot t - \phi) \cdots (10.46)$$

正味の電気量 (4.10)、電流 (10.11) および (10.45) を使用すると (10.47) を記述できる。正味の電気量 (10.47) の左辺は (10.11) の右辺の電気量である。正味の電気量 (10.47) の右辺を計算すると (10.48) になる。正味の電気量 (10.48) に初期条件 (10.49) を仮定すると (10.50) を記述できる。正味の電気量 (10.50) を (10.33) の右辺に代入すると電圧 (10.51) を記述できる。

$$q(t) = \int_{t_0}^t i_{\max} \sin(\omega \cdot t - \phi) dt + C, (C = \text{const.}) \cdots (10.47)$$

$$q(t) - q(t_0) = i_{\max} \left[\frac{-1}{\omega} \times \cos(\omega \cdot t - \phi) \right]_{t_0}^t = -\frac{i_{\max}}{\omega} (\cos(\omega \cdot t - \phi) - \cos(\omega \cdot t_0 - \phi)), (\omega \neq 0, C = q(t_0)) \dots (10.48)$$

$$q(t_0) = -\frac{i_{\max}}{\omega} \times \cos(\omega \cdot t_0 - \phi), (\omega \neq 0) \dots (10.49)$$

$$q(t) = -\frac{i_{\max}}{\omega} \times \cos(\omega \cdot t - \phi), (\omega \neq 0) \dots (10.50)$$

$$V_c - V_d = -\frac{i_{\max}}{\omega \times c} \times \cos(\omega \cdot t - \phi), (\omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.51)$$

電流 (10.45) を (10.34) の右辺に代入すると電圧 (10.52) を記述できる. (10.46), (10.51) および (10.52) を起電力 (10.38) の右辺に記述すると (10.53) になる. さらに交流起電力 (10.44) を (10.53) の左辺に記述すると起電力 (10.54) になる.

$$V_d - V_e = \omega \times L \times i_{\max} \cos(\omega \cdot t - \phi) \dots (10.52)$$

$$\varepsilon = R \times i_{\max} \sin(\omega \cdot t - \phi) - \frac{i_{\max}}{\omega \times c} \times \cos(\omega \cdot t - \phi) + \omega \times L \times i_{\max} \cos(\omega \cdot t - \phi), (dt \neq 0) \dots (10.53)$$

$$\varepsilon_{\max} \sin(\omega \cdot t) = R \times i_{\max} \sin(\omega \cdot t - \phi) - \frac{i_{\max}}{\omega \times c} \times \cos(\omega \cdot t - \phi) + \omega \times L \times i_{\max} \cos(\omega \cdot t - \phi), (dt \neq 0) \dots (10.54)$$

交流起電力 (10.54) を (10.55) に書き直す. (10.55) の右辺を (10.56) に記述する. ただし, (10.56) の右辺には (10.57) を仮定する. (10.57) を交流回路論ではインピーダンスと呼ぶ.

$$\varepsilon_{\max} \sin(\omega \cdot t) = R \times i_{\max} \sin(\omega \cdot t - \phi) + i_{\max} \left(\omega \times L - \frac{1}{\omega \times c} \right) \cos(\omega \cdot t - \phi), (\omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.55)$$

$$R i_{\max} \sin(\omega \cdot t - \phi) + i_{\max} \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot c} \right) \cos(\omega \cdot t - \phi) = i_{\max} Z \left[\frac{R}{Z} \sin(\omega \cdot t - \phi) + \frac{\left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot c} \right)}{Z} \cos(\omega \cdot t - \phi) \right] \dots (10.56)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega \times L - \frac{1}{\omega \times c} \right)^2}, (\omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.57) \text{ インピーダンス}$$

(10.56) の右辺を (10.58) の左辺に記述する. (10.58) の右辺には (10.59) および (10.60) を仮定する.

$$i_{\max} Z \left[\frac{R}{Z} \sin(\omega \cdot t - \phi) + \frac{\left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot c} \right)}{Z} \cos(\omega \cdot t - \phi) \right] = i_{\max} Z (\cos \varphi \cdot \sin(\omega \cdot t - \phi) + \sin \varphi \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi)) \dots (10.58)$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}, (Z \neq 0) \dots (10.59)$$

$$\sin \varphi = \frac{\left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot c} \right)}{Z}, (Z \neq 0, \omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.60)$$

電気抵抗の電圧は、抵抗である定数に電流 (10.45) を掛けることで記述できた。コンデンサの電気量は、電流の正味の電気量を使用した。インダクタンスの電圧は、電流を微分することで記述できた。電気抵抗の電圧 (10.46) は電流 (10.45) と同じ位相であることは明らかである。

$$i_{ab}(t) = i_{\max} \sin(\omega \cdot t - \phi) \dots (10.45)$$

$$V_b - V_c = R \times i_{\max} \sin(\omega \cdot t - \phi) \dots (10.46)$$

一方、コンデンサおよびインダクタンスの電圧は、電流の位相とは等しくない。コンデンサの電圧 (10.51) およびインダクタンスの電圧 (10.52) の位相が電流の位相とは異なることでは、(10.55) のように起電力 (10.44) に等しくなることができる。

$$V_c - V_d = -\frac{i_{\max}}{\omega \times c} \times \cos(\omega \cdot t - \phi), (\omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.51)$$

$$V_d - V_e = \omega \times L \times i_{\max} \cos(\omega \cdot t - \phi) \dots (10.52)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{\max} \sin(\omega \cdot t) \dots (10.44)$$

(10.55) が成立することは、本章では質点系のエネルギーの保存則が成立することを仮定して導出している。(10.29) を仮定しないで、—— 図 10.1 の回路に電流が生じているものとする。—— (10.55) を満足するように系のエネルギーの保存則が成立する。電流の情報としては位相 ϕ および電流の最大値 i_{\max} を (10.46), (10.51) および (10.52) に記述している。電流を考えることで、正の電気量の点電荷の移動を考えることになる。正の電気量を使用することで、質点の静電的ポテンシャルエネルギーを記述できる。その静電的ポテンシャルエネルギーを使用して図 10.1 の各位置の電位を考えることができる。回路の各位置の電位は (10.55) を満足するように決定する。(8.30), (10.12) および (10.13) の各素子の電圧は位相 ϕ および電流の最大値 i_{\max} を使用することで記述できる。次から位相 ϕ および電流の最大値 i_{\max} について説明する。

$$i_{ab}(t) = 0 \dots (10.29)$$

$$L = \text{const.} > 0 \dots (8.30)$$

$$R = \text{const.} > 0 \dots (10.12)$$

$$c = \text{const.} > 0 \dots (10.13)$$

コンデンサおよびインダクタンスの電圧の位相について書き直す。三角関数の加法定理から (10.61) および (10.62) を記述できる。(10.61) および (10.62) の右辺では (10.63) の関係を満足する。

$$\sin\left(\omega \cdot t - \phi - \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\omega \cdot t - \phi) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi) = -\cos(\omega \cdot t - \phi) \dots (10.61)$$

$$\sin\left(\omega \cdot t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\omega \cdot t - \phi) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi) = \cos(\omega \cdot t - \phi) \dots (10.62)$$

$$\cos(\omega \cdot t - \phi - \pi) = \cos(\omega \cdot t - \phi) \cdot \cos(\pi) + \sin(\omega \cdot t - \phi) \cdot \sin(\pi) = -\cos(\omega \cdot t - \phi) \dots (10.63)$$

(10.51) の右辺を (10.64) の右辺のように書き直す。(10.64) の右辺に (10.61) を代入すると (10.65) になる。

$$V_c - V_d = -\frac{i_{\max}}{\omega \times c} \times \cos(\omega \cdot t - \phi) = \frac{i_{\max}}{\omega \times c} \times (-\cos(\omega \cdot t - \phi)), (\omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.64)$$

$$V_c - V_d = \frac{i_{\max}}{\omega \times c} \times \sin\left(\omega \cdot t - \phi - \frac{\pi}{2}\right), (\omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.65)$$

(10.52) の右辺に (10.62) を代入すると (10.66) になる. (10.65) および (10.66) の右辺の位相差は (10.67) のようになる.

$$V_d - V_e = \omega \times L \times i_{\max} \sin\left(\omega \cdot t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) \dots (10.66)$$

$$\left(\frac{\pi}{2}\right) - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi \dots (10.67)$$

容量リアクタンスとして (10.68) を定義する. 誘導リアクタンスとして (10.69) を定義する. インピーダンス (10.57) に容量リアクタンス (10.68) および誘導リアクタンス (10.69) を代入すると (10.70) を記述できる.

$$X_c \equiv \frac{1}{\omega \times c} \dots (10.68) \text{ 容量リアクタンス}$$

$$X_L \equiv \omega \times L \dots (10.69) \text{ 誘導リアクタンス}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2}, (\omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.70) \text{ インピーダンス}$$

コンデンサの電圧 (10.65) を (10.71) で記述する. インダクタンスの電圧 (10.66) を (10.72) で記述する. (10.65) と (10.71) の右辺を比較すると (10.73) を記述できる. (10.66) と (10.72) の右辺を比較すると (10.74) を記述できる.

$$V_c - V_d = V_{c\max} \times \sin\left(\omega \cdot t - \phi - \frac{\pi}{2}\right), (\omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.71)$$

$$V_d - V_e = V_{L\max} \times \sin\left(\omega \cdot t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) \dots (10.72)$$

$$V_{c\max} = \frac{1}{\omega \times c} \times i_{\max} \dots (10.73)$$

$$V_{L\max} = \omega \times L \times i_{\max} \dots (10.74)$$

同様に, 電気抵抗の電圧 (10.46) を (10.75) で記述する. (10.46) と (10.75) を比較すると (10.76) を記述できる. (10.73) および (10.74) の右辺には, 起電力 (10.44) の角周波数を記述してある. 一般には, この起電力 (10.44) の特性で決定する角周波数は, コンデンサの容量およびインダクタンスとは直接関係ないものとして扱うことができる. コンデンサおよびインダクタンスの電圧の最大値を決定する際には, (10.73) および (10.74) の関係が成立している. このようなコンデンサおよびインダクタンスの電圧の最大値とは異なり, 電気抵抗の電圧の最大値 (10.76) は定数となる電気抵抗の値と電流の最大値の積で決定できる. 電流の最大値——すでに触れたように電流の関数 (10.45) も同様である.——は, 回路の (8.30), (10.12) および (10.13) の各素子に仮定した質点系のエネルギーの保存則を満足するように決定するものと考えられる.

$$V_b - V_c = V_{R\max} \times \sin(\omega \cdot t - \phi) \dots (10.75)$$

$$V_{R_{\max}} = R \times i_{\max} \dots (10.76)$$

コンデンサの電圧 (10.71) は、電気抵抗の電圧 (10.75) に対して (10.77) の位相差を持つ。インダクタンスの電圧 (10.72) は、電気抵抗の電圧 (10.75) に対して (10.78) の位相差を持つ。コンデンサおよびインダクタンスの電圧は、このように電気抵抗の電圧 (10.75) に対して直角になる角度で位相差を持つ。

$$-\frac{\pi}{2} \dots (10.77)$$

$$+\frac{\pi}{2} \dots (10.78)$$

加法定理 (10.61), (10.62), コンデンサの電圧 (10.65) およびインダクタンスの電圧 (10.66) を使用すると図 10.1 の c 点および e 点との間の電圧 (10.79) を記述できる。加法定理 (10.62) 使用すると, c 点および e 点との間の電圧 (10.79) は (10.80) に書き直すことができる。c 点および e 点との間の電圧 (10.80) は電気抵抗の電圧 (10.75) に対して位相差 (10.78) を持つことは明らかである。

$$V_c - V_e = \frac{i_{\max}}{\omega \times c} \sin\left(\omega \cdot t - \phi - \frac{\pi}{2}\right) + \omega \cdot L \cdot i_{\max} \sin\left(\omega \cdot t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) = i_{\max} \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot c}\right) \cos(\omega \cdot t - \phi), (\omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.79)$$

$$V_c - V_e = i_{\max} \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot c}\right) \cos(\omega \cdot t - \phi) = i_{\max} \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot c}\right) \sin\left(\omega \cdot t - \phi + \frac{\pi}{2}\right), (\omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.80)$$

(10.75) の最大値 (10.76) の位相 $\omega \cdot t = \phi + (\pi/2) \pm n \cdot 2\pi$ は (10.80) の最大値 (10.81) の位相 $\omega \cdot t = \phi - (\pi/2) + (\pi/2) \pm n \cdot 2\pi$ とは直角の位相差になる。この位相差は常に満足し、電流の最大値および位相に直接影響を受けない。ただし、整数 $n = 0, 1, 2, \dots$ とする。

$$V_{c_{\max}} = i_{\max} \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot c}\right) \dots (10.81)$$

図 10.1 での起電力は (10.44) に決定していることを仮定している。この仮定を与えて、図 10.1 での各素子で生じるエネルギーの変化率を考察する。この考察では系のエネルギーの保存則を満足するように決定した電流を使用する。

4 章では電流を正の電気量の移動で定義した。その正の電気量をもつ点電荷である質点が図 10.1 の回路内を移動する。その移動の際に、各素子でその点電荷の静電的ポテンシャルエネルギーの増減が生じる。そのような質点の静電的ポテンシャルエネルギーから導出した電力が回路の (8.30), (10.12) および (10.13) の各素子のエネルギーの増減に等しくなることを仮定する。その仮定を使用して、図 10.1 での質点系のエネルギーの保存則から式 (10.27) を導出できた。電気抵抗では点電荷の静電的ポテンシャルエネルギーは減少——消費することを意味する。——のみするものと解釈した。コンデンサおよびインダクタンスでは、点電荷の静電的ポテンシャルエネルギーは増減した。

$$L = \text{const.} > 0 \dots (8.30)$$

$$R = \text{const.} > 0 \dots (10.12)$$

$$c = \text{const.} > 0 \dots (10.13)$$

$$\varepsilon \times \frac{dq}{dt} = R \times (i_{ab}(t))^2 + \frac{q(t)}{c} \cdot i_{ab}(t) + L \times i_{ab}(t) \cdot \frac{di_{ab}}{dt}, (dt \neq 0) \dots (10.27)$$

それらの質点が図 10.1 の回路内を循環することで、それらの質点の静電的ポテンシャルエネルギーの増減を (10.27) の右辺に記述した各素子のエネルギーの増減で考察できる。各素子のエネルギーは巨視的スケールのエネルギーである。各質点のもつ静電的ポテンシャルエネルギーは微視的スケールのエネルギーである。本章の説明では図 10.1 の回路に電流および電位を与えることで、各素子の巨視的スケールのエネルギーで質点の微視的スケールの静電的ポテンシャルエネルギーの増減を考えている。

電流で正の電気量を持った各点電荷の移動を考えて、(10.27) の右辺の各素子のエネルギーの配分を時間に対する変化率で説明できる式を導出する。図 10.1 の起電力での仕事率は起電力内で移動する正の電気量から計算できる電流を使用して説明できる。(10.21) の起電力が図 10.1 の回路に接続されていなくても起電力内での正の電気量の移動で電流 (10.82) を考えることができる。電流 (10.82) を起電力の仕事量の微分 (10.21) に使用すると、(10.83) を記述できる。

$$dW_{ab}(q) = \varepsilon \times dq(t), (dq(t) \neq 0) \dots (10.21)$$

$$i_{exab}(t) = \frac{dq_{ex}(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (10.82)$$

$$dW_{ab}(q) = \varepsilon \times i_{exab}(t) \times dt, (dt \neq 0) \dots (10.83)$$

一般には、(10.83) の起電力を定義する際には正の電気量をもつ点電荷の質点系を考えることができる。その質点系を使用して、以下では系のエネルギーの保存則での外力のなす仕事量を起電力の仕事量 (3.1) として扱うものとする。(10.83) の右辺では定数となる時点 t を記述してあることは明らかであり (10.84) を記述できる。

$$W_{ab}(q), (q \in \mathbf{E}) \dots (3.1)$$

$$dW_{ab}(q) = dw_{\text{externalab}}(t) \dots (10.84)$$

図 10.1 の起電力が図 10.1 のように回路に接続されている場合では電流 (10.11) を仮定した。(10.11) および (10.21) を使用すると、(10.85) を記述できる。(10.85) の右辺では (10.84) を記述できる。(10.85) の右辺の起電力では起電力 (10.44) を仮定しているが、(10.83) の右辺の起電力では (10.44) は仮定していない。

$$i_{ab}(t) = \frac{dq(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (10.11)$$

$$dW_{ab}(q) = \varepsilon \times i_{ab}(t) \times dt, (dt \neq 0) \dots (10.85)$$

微分 (10.21) には (10.23) の関係を与えた。一方、(10.4) を系のエネルギーの保存則から導出した。

(10.4), (10.23) および (10.85) を使用すると、(10.86) を記述できる。

$$dW_{\text{external}} = dW_{ab}(q) \dots (10.23)$$

$$dW_{\text{external}} = dE_{\text{system_deduct}} \dots (10.4)$$

$$dW_{ab}(q) = \varepsilon \times i_{ab}(t) \times dt = dE_{\text{system_deduct}}^{\text{ft}}(t), (dt \neq 0) \dots (10.86)$$

(10.84) および (10.86) を使用すると (10.87) を記述できる。同様に、(10.83) を使用して (10.87) を記述する。(10.87) を使用すると、(10.88) を記述できる。

$$dw_{\text{externalab}}(t) = dE_{\text{system_deduct}}^{\text{ft}}(t) \dots (10.87)$$

$$\frac{dw_{\text{externalab}}(t)}{dt} = \frac{dE_{\text{system_deduct}}^{\text{ft}}(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (10.88)$$

一般的な質点系のエネルギー保存則からの式

電流 (10.11) および (10.82) を使用することで, (10.88) は系のエネルギーの保存則から導出できた.

(10.88) の左辺は起電力の仕事量の仕事率である. 起電力が図 10.1 の回路に接続されていない場合では, その仕事率は起電力を記述する正の電気量の点電荷で考えた質点系で考えることができる. その質点系のエネルギーの時間に対する変化率となる微分係数が (10.88) の右辺である. 一方, 起電力が図 10.1 の回路に接続されている場合では次のように本章では考える. (10.22) の右辺の各素子に考えた質点系に作用する外力のなす仕事量の仕事率が起電力 (10.44) の仕事量での仕事率になる (10.88) の左辺である.

(10.22) の右辺の各素子に考えた質点系のエネルギーの時間に対する変化率である微分係数が (10.88) の右辺である.

$$\varepsilon \times dq = R \times (i_{ab}(t))^2 \cdot dt + \frac{q(t)}{c} \cdot i_{ab}(t) dt + L \times i_{ab}(t) \cdot di_{ab}, (dt \neq 0) \dots (10.22)$$

系のエネルギーの保存則を使用して (10.22) を記述する際には (10.24) ~ (10.26) を仮定した. (10.24) ~ (10.26) および (10.84) を使用すると, (10.22) は (10.89) に記述できる.

$$dW_R = dw_{Rbc}(t) \dots (10.24)$$

$$dW_C = dw_{Ccd}(t) \dots (10.25)$$

$$dW_L = dw_{Lde}(t) \dots (10.26)$$

$$dw_{ab}(t) = dw_{Rbc}(t) + dw_{Ccd}(t) + dw_{Lde}(t), (dt \neq 0) \dots (10.89)$$

仕事率は回路内の正の電気量の移動から計算したものである. 一般に, この正の電気量をもつ各質点で点電荷の質点系を考えることができる. 図 10.1 の系のエネルギーの保存則での (10.22) の質点系のエネルギーは電流を記述した正の電気量の点電荷の系のエネルギーではない. 図 10.1 での (10.22) を記述している質点系は, 電気抵抗内の熱量を持つ各質点, コンデンサの静電場の各質点およびインダクタの磁場の各質点で構成を考えている. (10.90) は時点の微分であり, 時間——時の長さのこと. ——を意味する.

(10.89) および (10.90) を使用すると, 質点系に作用する外力のなす仕事量の微分 (10.91) を考えることができる. (10.91) の $w'_{ab}(t)$, $w'_{Rbc}(t)$, $w'_{Ccd}(t)$ および $w'_{Lde}(t)$ は微分係数を意味する.

$$dt = h \dots (10.90)$$

$$w'_{ab}(t) \cdot h = w'_{Rbc}(t) \cdot h + w'_{Ccd}(t) \cdot h + w'_{Lde}(t) \cdot h, (dt \neq 0) \dots (10.91)$$

定数である時点 t (10.92) での微分係数を示す各素子の電力の値にその電力の値で経過した時間 h を掛けたものが (10.91) の右辺に記述した各素子の電力を記述した仕事量の微分と解釈できる. 定数である時点 t では各素子の電力は定数であり, 変化しない. そのような定数である微分係数となる電力では, その時点 t を始点とした時間 h が変化すると, 線形特性を示して電力の微分の値が変化する. (10.91) は (10.93) に書き直すことができる.

$$t = \text{const.} \dots (10.92)$$

$$w'_{ab}(t) \cdot h = (w'_{Rbc}(t) + w'_{Ccd}(t) + w'_{Lde}(t)) \cdot h, (dt \neq 0) \dots (10.93)$$

図 10.1 の回路では, (10.93) から (10.94) を導出できる. 定数である時点 t での各素子の電力である微分係数は (10.94) を満足するように変化する. このことでは, (10.94) の右辺は微分係数である各素子の電力で線形結合となる関係を記述できる. (10.94) の右辺の総和は (10.94) の左辺の微分係数になる.

(10.94) の左辺の微分係数は, 起電力の仕事率である. 定数である時点 t での起電力の仕事率が決定す

ることで, (10.94) を満足するように時点 t での (10.94) の右辺の各素子の電力を決定する.

$$w'_{ab}(t) = w'_{Rbc}(t) + w'_{Ccd}(t) + w'_{Lde}(t), (dt \neq 0) \dots (10.94)$$

本章では (10.94) の右辺に記述した電力は, (8.30), (10.12) および (10.13) の各素子のエネルギーの変化率であるものと仮定した. この仮定では, (10.5) ~ (10.7) の微分を定めた. (10.5) ~ (10.7) の左辺は, (10.15), (10.18), (10.20) および時点 (10.92) で記述できる. このことから (10.95) ~ (10.97) を記述できる. 定数である時点 t (10.92) での起電力の仕事率を決定することで, (10.94) を満足するように時点 t (10.92) での (8.30), (10.12) および (10.13) の各素子のエネルギーの変化率を決定する.

$$dW_R = dE_{R_deduct} \dots (10.5)$$

$$dW_C = dE_{C_deduct} \dots (10.6)$$

$$dW_L = dE_{L_deduct} \dots (10.7)$$

$$dw_{Rbc}(t) = R \times (i_{ab}(t))^2 \cdot dt, (dt \neq 0) \dots (10.15)$$

$$dw_{Ccd}(t) = \frac{q(t)}{c} \cdot i_{ab}(t) dt, (dt \neq 0) \dots (10.18)$$

$$dw_{Lde}(t) = L \times i_{ab}(t) \cdot di_{ab}, (dt \neq 0) \dots (10.20)$$

$$dW_R = dE_{R_deduct} = dE_{R_deduct}^{\#}(t) \dots (10.95)$$

$$dW_C = dE_{C_deduct} = dE_{C_deduct}^{\#}(t) \dots (10.96)$$

$$dW_L = dE_{L_deduct} = dE_{L_deduct}^{\#}(t) \dots (10.97)$$

(10.94) は (10.98) に書き直すことができる. そして, (10.95) ~ (10.97) を使用すると (10.98) は (10.99) に書き直すことができる. 電流で正の電気量を持った各点電荷の移動を考えて, (10.27) の右辺の各素子のエネルギーの配分を時間に対する変化率で説明できる式 (10.99) を導出できた. (10.99) の右辺の第三項はインダクタの磁場のエネルギーの変化率である. インダクタの磁場のエネルギーの変化率は電流の時間に対する変化率での電流の増減に対して慣性を示すものと解釈できる. この慣性として解釈できる特性はインダクタンスの誘導起電力で考えることができる. 慣性を満足するようにインダクタの磁場のエネルギーの時間に対する変化率は決定するものと考えることができる. コンデンサに生じる静電場のエネルギーの時間に対する変化率を示す (10.99) の右辺の第二項ではコンデンサの両端に考える電圧の時間に対する変化率によって生じる電気量の増減について示すものと解釈できる. 一般には, (10.99) の右辺の第一項は熱量の移動を考えて電流を記述する正の電気量の点電荷の静電氣的ポテンシャルエネルギーの減少のみを扱い, その静電氣的ポテンシャルエネルギーが増加するものとは扱わない.

$$\frac{dw_{\text{externalab}}(t)}{dt} = \frac{dw_{Rbc}(t)}{dt} + \frac{dw_{Ccd}(t)}{dt} + \frac{dw_{Lde}(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (10.98)$$

$$\frac{dw_{\text{externalab}}(t)}{dt} = \frac{dE_{R_deduct}^{\#}(t)}{dt} + \frac{dE_{C_deduct}^{\#}(t)}{dt} + \frac{dE_{L_deduct}^{\#}(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (10.99)$$

$$\varepsilon \times \frac{dq}{dt} = R \times (i_{ab}(t))^2 + \frac{q(t)}{c} \cdot i_{ab}(t) + L \times i_{ab}(t) \cdot \frac{di_{ab}}{dt}, (dt \neq 0) \dots (10.27)$$

(10.99) の右辺の各素子のエネルギーの変化率の総和を図 10.1 で考えた質点系のエネルギー E_{system} の変

化率であるものと扱うことになる。このことから、(10.99) の左辺の仕事率を時点 t での質点系のエネルギー E_{system} の変化率に等しいものと考えることができる。(10.88) を使用すると、(10.99) は (10.100) で記述できる。

$$\frac{dw_{\text{externalab}}(t)}{dt} = \frac{dE_{\text{system_deduct}}^{\text{ft}}(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (10.88)$$

$$\frac{dE_{\text{system_deduct}}^{\text{ft}}(t)}{dt} = \frac{dE_{\text{R_deduct}}^{\text{ft}}(t)}{dt} + \frac{dE_{\text{C_deduct}}^{\text{ft}}(t)}{dt} + \frac{dE_{\text{L_deduct}}^{\text{ft}}(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (10.100)$$

最初に、図 10.1 の回路で起電力以外の部分の電位は零であるものと仮定する。図 10.1 では起電力の電位の高い端子から図 9.1 のような導線内での正の電氣量が電位の低い方に移動することで電流は生じる。その電流で図 10.1 での (8.30)、(10.12) および (10.13) の各素子の電圧を決定する。図 10.1 の回路の全体に電流 $i_{\text{ab}}(t)$ (10.11) が生じた後では、(10.99) を満足するように回路の各部位の電位を考えることができる。

$$L = \text{const.} > 0 \dots (8.30)$$

$$R = \text{const.} > 0 \dots (10.12)$$

$$c = \text{const.} > 0 \dots (10.13)$$

$$i_{\text{ab}}(t) = \frac{dq(t)}{dt}, (dt \neq 0) \dots (10.11)$$

図 10.1 で最初に起電力以外の部分の電位が零の場合で、起電力部から移動する正の電氣量が導線の各部分および各素子に到達するまでに時間がかかるものと考えることができる。そのような正の電氣量が到達して生じた静電場での電位を考えることができない (8.30)、(10.12) および (10.13) の各素子には電圧を考えることができない。電圧が考えられない (8.30)、(10.12) および (10.13) の各素子には上述の質点系のエネルギーの保存則を考えた質点系でのエネルギーの変化量を記述できないものと扱える。対象となる質点系は、そのように移動している正の電氣量をもつ各質点の静電的ポテンシャルエネルギーの増減で考える (8.30)、(10.12) および (10.13) の各素子のエネルギーの増減を説明できる質点系である。その質点系は、すでに説明したように抵抗ではその抵抗を構成している各原子や各分子、コンデンサでは静電場を構成する各質点およびインダクタンスでは磁場を構成する各質点で考える質点系である。起電力および対象となる質点系でのエネルギーの保存則を使用して、対象となる質点系全体でのエネルギーの保存についての簡単な考察をできた。

各素子に正の電氣量をもつ質点が到達するのに時間——時の長さの意味である。——を要することは、アインシュタインの特殊相対性理論を使用することで説明できる。アインシュタインの特殊相対性理論では質点の速さは真空中の光の速さを超えることができない。零でない質量をもつ質点の速さは真空中の光の速さよりも遅くなる。一方、ニュートン力学では、質点の速さを無限大まで考えることができる。このように速さを無限大まで考えるニュートン力学では、正の電氣量をもつ質点が無限大の速さで移動することを考えることができる。このように無限大の速さを考えると、上述のように電氣量をもつ質点が到達するまでの時間を考えなくても図 10.1 のように回路を構成した時点で——同時に——導線および各素子に電氣量をもつ質点が到達していることを考えることができる。

上述までで系のエネルギーの保存則から導出した (10.27) を満足するように電流が決定することを説明してきた。(10.27) は (10.28) に記述できるので (10.30) を満足する場合の電流 (10.45) の最大値 i_{\max} および位相 ϕ を決定することになる。次にそのような電流の最大値 i_{\max} および位相 ϕ の式を導出する。

$$\varepsilon \times \frac{dq}{dt} = R \times (i_{ab}(t))^2 + \frac{q(t)}{c} \cdot i_{ab}(t) + L \times i_{ab}(t) \cdot \frac{di_{ab}}{dt}, (dt \neq 0) \dots (10.27)$$

$$\left(\varepsilon - R \times i_{ab}(t) - \frac{q(t)}{c} - L \times \frac{di_{ab}}{dt} \right) \times i_{ab}(t) = 0, (dt \neq 0) \dots (10.28)$$

$$\varepsilon - R \times i_{ab}(t) - \frac{q(t)}{c} - L \times \frac{di_{ab}}{dt} = 0, (dt \neq 0) \dots (10.30)$$

$$i_{ab}(t) = i_{\max} \sin(\omega \cdot t - \phi) \dots (10.45)$$

(10.58) の右辺は (10.101) に記述できる。(10.55) の左辺および (10.101) の右辺を使用すると (10.102) を記述できる。

$$i_{\max} Z \left[\frac{R}{Z} \sin(\omega \cdot t - \phi) + \frac{\left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot c} \right)}{Z} \cos(\omega \cdot t - \phi) \right] = i_{\max} Z (\cos \phi \cdot \sin(\omega \cdot t - \phi) + \sin \phi \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi)) \dots (10.58)$$

$$i_{\max} Z (\cos \phi \cdot \sin(\omega \cdot t - \phi) + \sin \phi \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi)) = i_{\max} Z \sin(\omega \cdot t - \phi + \phi) \dots (10.101)$$

$$\varepsilon_{\max} \sin(\omega \cdot t) = R \times i_{\max} \sin(\omega \cdot t - \phi) + i_{\max} \left(\omega \times L - \frac{1}{\omega \times c} \right) \cos(\omega \cdot t - \phi), (\omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.55)$$

$$\varepsilon_{\max} \sin(\omega \cdot t) = i_{\max} Z \sin(\omega \cdot t - \phi + \phi) \dots (10.102)$$

(10.102) では (10.103) を仮定すると (10.104) も仮定できる。(10.104) は位相 (10.105) に記述できる。

$$\varepsilon_{\max} = i_{\max} Z \dots (10.103)$$

$$-\phi + \phi = 0 \dots (10.104)$$

$$\phi = \phi \dots (10.105)$$

位相 (10.105) の左辺は電流 (10.45) の位相に記述した情報である。(10.105) の符号は位相の進みおよび遅れを知るのに使用できる。この位相の情報では交流起電力 (10.44) および電流 (10.45) の位相の関係を知らることができる。

(10.59) および (10.60) を使用すると (10.106) を記述できる。(10.106) を使用して (10.107) を記述できる。(10.107) の左辺は (10.105) の右辺である。

$$\cos \phi = \frac{R}{Z}, (Z \neq 0) \dots (10.59)$$

$$\sin \phi = \frac{\left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot c} \right)}{Z}, (Z \neq 0, \omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.60)$$

$$\tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{\left(\omega \times L - \frac{1}{\omega \times c} \right)}{R}, (\cos \varphi \neq 0, R \neq 0) \dots (10.106)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\left(\omega \times L - \frac{1}{\omega \times c} \right)}{R} \right), (R \neq 0) \dots (10.107)$$

(10.108) を仮定すると, (10.109) および (10.110) の符号になる. (10.109) および (10.110) を満足する角度には (10.111) を選択することができる. (10.111) のように, (10.109) および (10.110) の角度は正の値である. この角度の符号から電流 (10.45) は交流起電力 (10.44) よりも位相が遅れることになる.

$$\omega \times L > \frac{1}{\omega \times c}, (\omega \times c \neq 0) \dots (10.108)$$

$$\sin \varphi = \frac{\left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot c} \right)}{Z} > 0, (Z \neq 0) \dots (10.109)$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}, (Z \neq 0) > 0 \dots (10.110)$$

$$0 < \varphi < \frac{\pi}{2} \dots (10.111)$$

(10.112) を仮定すると, (10.113) および (10.114) の符号になる. (10.113) および (10.114) を満足する角度には (10.115) を選択することができる. (10.115) のように, (10.113) および (10.114) の角度は負の値である. この角度の符号から電流 (10.45) は交流起電力 (10.44) よりも位相が進むことになる. このことは (10.116) の左辺の角度を仮定して (10.45) に (10.116) を代入すると (10.117) になることで明らかである.

$$\omega \times L < \frac{1}{\omega \times c}, (\omega \times c \neq 0) \dots (10.112)$$

$$\sin \varphi = \frac{\left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot c} \right)}{Z} < 0, (Z \neq 0) \dots (10.113)$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}, (Z \neq 0) > 0 \dots (10.114)$$

$$-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0 \dots (10.115)$$

$$\chi = -\varphi > 0 \dots (10.116)$$

$$i_{ab}(t) = i_{\max} \sin(\omega \cdot t + \chi) \dots (10.117)$$

(10.118) を仮定する. (10.118) の場合は (10.119) および (10.120) になる. (10.119) および (10.120)

を満足する角度には (10.121) を選択することができる. (10.118) の仮定ではインピーダンス (10.57) は (10.122) になる. (10.121) を電流 (10.45) に代入すると電流 (10.123) を記述できる. 電流 (10.123) は交流起電力 (10.44) と同じ位相になる. また, (10.118) を使用すると (10.124) を計算できる. (10.124) の角周波数には (10.125) を選択することができる.

$$\omega \times L = \frac{1}{\omega \times c}, (\omega \times c \neq 0) \dots (10.118)$$

$$\sin \varphi = \frac{\left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot c} \right)}{Z} = 0, (Z \neq 0) \dots (10.119)$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = 1, (Z \neq 0) \dots (10.120)$$

$$\varphi = 0 \dots (10.121)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega \times L - \frac{1}{\omega \times c} \right)^2}, (\omega \neq 0, c \neq 0) \dots (10.57) \text{ インピーダンス}$$

$$Z = R \neq 0 \dots (10.122)$$

$$i_{ab}(t) = i_{\max} \sin(\omega \cdot t) \dots (10.123)$$

$$\omega^2 = \frac{1}{L \times c}, (L \times c \neq 0, \omega \neq 0) \dots (10.124)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \times c}}, (L \times c \neq 0, \omega \neq 0) \dots (10.125)$$

11. あとがき

本書は著者の専攻としている循環系の回路モデル理論における参考文献として作成した. 循環系の回路モデル分野には電気の回路として心臓-血管系を解析する研究分野がある. 著者が独自に構築した循環系の回路モデル理論では電気回路論の電気抵抗およびコンデンサを回路素子として使用している. 電気抵抗は心臓あるいは血管の流れの抵抗と呼ばれるものに対応させている. そして, コンデンサは心臓あるいは血管のコンプライアンスに対応させている. また, 心臓あるいは血管内の内圧を電位に対応させている. この内圧は一般的には血圧と呼ばれるものに大気圧を加えたものである. 血液量を電氣量に対応させて, 血流量は電流に対応させている. このような対応をさせた循環系の回路モデルを電気の回路に見なして回路方程式系を記述して, その回路方程式系の解析をした. 著者が独自に構築した循環系の回路モデル理論では左心室の内圧および容積の測定値とは完全に一致した計算結果を得た. この計算結果は著者の論文である文献8で紹介している.

著者が研究を始めた時期には, 循環系の回路モデル理論分野では既に別の理論が存在した. その既出の理論では, 著者が使用している電気回路論のコンデンサの式とは異なるものを使用されていた. このコンデンサに対応する循環系の回路における計算が理論の異なる部分を決定的にしていた. また, その既出の理論での測定値に完全に一致したことの報告を著者は知らない. ‘著者の回路’ では少なくとも約18個の

素子を使用していた。一方、‘既出の理論の回路’では3～5個程度の素子で構成した回路の計算結果を報告しているものを著者は知っていた。著者の考察では、回路の素子が増えると心臓あるいは血管内の測定値とは一致が難しくなっていく。この‘素子数および測定値との一致’の観点においては、著者の理論のほうが優れているところを確認できた。

‘或る既出の循環系の回路モデル理論’では非線形の場合に使用するものと考えられるコンデンサの式を使用していた。‘著者の理論’では線形素子でのコンデンサの式で上述の計算結果を実現した。一部の電気回路論の本では線形の回路網を扱っているのに非線形素子の場合の記述と同様の式でコンデンサの式を紹介している。非線形のコンデンサの式でも本書で紹介した線形素子としての計算ができる場合もある。しかし、本来は異なる理論を扱うものである式を線形および非線形の区別なく表示することは誤解を招くことも考えられる。このような式の異なる箇所は著者の研究活動の上でも問題になっているものと著者は考える。著者は、この問題を解決する活動のひとつとして電気の回路論での情報提供を行うことにした。本書はその電気の回路論での情報提供の上で作成したものである。

2007年現在の大学の講義における一般的な電気回路論で使用できる素子の定義を本書では与えたものと著者は考えている。文献8～文献11および文献20でも本書の素子の定義を使用して循環系の回路モデルを計算している。

本書の各回では本文および付録に分けて説明をした。付録では、物理学および数学における知識の説明を主に与えた。本文では工学における電気の回路論として構成をした。本書の全体としての本文の扱いは第5回までである。本書は電位の簡単な入門レベルでの説明を試みたものである。電位および電位差の定義を与える箇所に、著者は本書の目的の主体をなすものと考えた。著者の見識では、本書の電位および電位差の定義は2007年現在までの日本国内——著者の所有する最も古い和書では1944年のものがある。——で与えられた主なものとは異なる。また、著者の見識では電位を静電場で記述する仕事量の解釈にも異なる箇所があるものと考えている。本書の定義および他書の定義の相違点を、2007年現在の著者の意見としてまとめた——本書の全体の本文とは別のものである文献17のことである。——Optionになるドキュメントを与えることにした。2007年現在では、このドキュメントが本書の最終になった。しかし、2008年現在の予定では、第5回の内容の参考文献になる付録のファイルを発行する予定である。この付録となるファイルは幾つか用意するつもりである。第5回では多くのページを使用したことで、ファイルの検索をする際にも不便になってきているものと著者は感じた。この不便な箇所を改善するためにも、第5回の付録となる別のファイルで発行することにした。

2007年現在の日本国内では‘電位の定義’には‘仕事量’で定義したものが多くものと著者は考える。しかし、本書では第3回の定義で与えたように静電的ポテンシャルエネルギーを使用して電位を定義した。仕事量を使用した電位の定義を著者が使用しない理由について説明をする。

本書の全体は文献1および文献18を参考にして作成した。部分的には、各回で挙げた参考文献を参考にした。本書の構成の具体的な計算は著者が行ったものである。著者も他の成書で読んだことがない計算を使用して説明を試みた箇所もある。

文献19は著者が微分積分学を学ぶのに使用した本である。本書の第4回および第5回の微分法を使用した計算のほとんどは、文献19の指導に従った。

今後、本書の各回の修正したい箇所が見つかった場合には不定期に改訂を行う予定である。2007年10月現在の予定では、改訂をしたものをアップロードした際にはRSSに表示をする。

付録

i. 関数の連続性

本書の第5回で使用する関数では点 $a \in \mathbf{E}$ で連続であるか、あるいは連続関数であるかは重要である。本書の第5回では、(a.1.1) を満足する関数 (a.1.2) ならば関数 (a.1.2) は点 a で連続であるものとする。ただし、(a.1.2) の関数は実数の区間で定義された実数値関数とする。2007年現在の数学では、(a.1.1) を (a.1.3) の限定命題で記述できるものとする。

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \cdots (\text{a.1.1})$$

$$f(x), (x \in \mathbf{E}) \cdots (\text{a.1.2})$$

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \mathbf{E} (|x - a| < \delta \text{ ならば } |f(x) - f(a)| < \varepsilon) \cdots (\text{a.1.3})$$

(a.1.4) の記述で、関数の定義域内の或る区間 (a.1.5) を考える。区間 (a.1.5) 内のすべての点で (a.1.1) を満足するならば関数 (a.1.2) は区間 (a.1.5) で連続である。関数 (a.1.2) の定義域 \mathbf{E} 内のすべての点 x で (a.1.1) を満足するならば (a.1.2) は連続関数である。

$$\mathbf{M} \subset \mathbf{E} \cdots (\text{a.1.4})$$

$$\mathbf{M} \cdots (\text{a.1.5})$$

ii. 関数の不連続となる数

付録 ii では関数 (a.2.1) の不連続となる数の定義を示す。関数 (a.1.2) が (a.1.1) を満足しない場合は、関数 (a.1.2) は点 $a \in \mathbf{E}$ で連続ではない。もし、関数 (a.1.2) が (a.1.1) を満足しないならば、或る数 $a \in \mathbf{E}$ は関数 (a.2.1) の不連続となる数であるものと本書では定義する。

関数 (a.2.1) の不連続となる或る数 $a \in \mathbf{E}$ は (a.2.2) を満足する。限定命題 (a.1.3) の否定を計算することで導出できる。

$$f(x), (x \in \mathbf{E}) \cdots (\text{a.2.1})$$

$$\exists \varepsilon > 0 \forall \delta > 0 \exists x \in \mathbf{E} (|x - a| < \delta \wedge |f(x) - f(a)| \geq \varepsilon) \cdots (\text{a.2.2})$$

iii. 微分可能性^{2), 19)}

本書の第5回では、微分法を使用して定義している起電力および電流を説明した。これらのものを理解する際に微分可能性および連続性は重要なことである。付録 iii では微分可能性および微分法での関数の連続性について説明する。

(a.3.1) は実数値関数で連続な関数である。(a.3.1) の定義域 \mathbf{E} は実数の区間である。点 a の (a.3.1) の微分係数は (a.3.2) で記述できる。(a.3.2) は (a.3.3) から導出できる。(a.3.3) では (a.3.4) を満足するものとする。(a.3.3) の両辺に (a.3.5) の極限值をとると、(a.3.2) を導出できる。

$$f(x), (x \in \mathbf{E}) \cdots (\text{a.3.1})$$

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}, (x \in \mathbf{E}) \cdots (\text{a.3.2})$$

$$\frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a) + \alpha(x), (x \in \mathbf{E}, x - a \neq 0) \cdots (\text{a.3.3})$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \alpha(x) = 0, (x \in \mathbf{E}) \cdots (\text{a.3.4})$$

$$x \rightarrow a \cdots (\text{a.3.5})$$

(a.3.3) は (a.3.6) に書き直すことができる. (a.3.6) では (a.3.2) が存在することを前提としている.

(a.3.6) が記述できる場合では関数 (a.3.1) は微分可能であると呼ばれる.

$$f(x) - f(a) = f'(a) \times (x - a) + o(x - a) \text{ as } x \rightarrow a, x \in \mathbf{E} \cdots (\text{a.3.6})$$

関数 (a.3.1) が微分係数をもつならば, (a.3.6) の両辺に (a.3.5) の極限值をとると (a.3.7) を記述できる. (a.3.7) の右辺は (a.3.8) になる. (a.3.7) および (a.3.8) から (a.3.9) になる. (a.3.9) は (a.3.10) に記述できる. (a.3.10) を使用すると, (a.3.1) は点 a で連続である.

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x \rightarrow a} (f'(a) \times (x - a) + o(x - a)) \cdots (\text{a.3.7})$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f'(a) \times (x - a) + o(x - a)) = 0 \cdots (\text{a.3.8})$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = 0 \cdots (\text{a.3.9})$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \cdots (\text{a.3.10})$$

微分係数 (a.3.2) の左辺が変化する場合について考える. (a.3.2) は点 a での微分係数であるが, 点 a が変化しても, 微分係数が存在してその微分係数が変化する場合もある.

関数 (a.3.1) の定義区間内のある点 x で微分係数が存在することを前提にして (a.3.11) を記述できる.

(a.3.11) では (a.3.12) および (a.3.13) を満足するものとする. (a.3.11) が記述できる場合では関数 (a.3.1) は微分可能であると呼ばれる.

ただし, (a.3.12) を各点 x での微分係数を対応させた関数として扱う場合は, (a.3.12) を導関数と呼ぶこともある. 著者の経験では, この '導関数' という言葉およびその記号の使用方法は, 採用する微分法論で異なる.

2007年現在の著者は, (a.3.12) を微分係数として扱う場合を主に採用している. この微分係数として (a.3.12) を扱う立場では, 点 x は定数として扱うことができる. そして, (a.3.11) を解釈する際には, h を変数として扱う. 2007年現在では, 著者は '導関数' という言葉をできるだけ使用しないことにしている.

$$f(x+h) - f(x) = f'(x) \times h + \alpha(x; h), (x+h \in \mathbf{E}) \cdots (\text{a.3.11})$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}, (x, x+h \in \mathbf{E}) \cdots (\text{a.3.12})$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \alpha(x; h) = 0 \cdots (\text{a.3.13})$$

(a.3.11) の両辺に (a.3.14) の極限值をとると, (a.3.15) を記述できる. (a.3.15) の右辺は (a.3.16) になる. (a.3.15) および (a.3.16) を使用して, (a.3.17) を記述できる. (a.3.17) は (a.3.18) に記述で

きる. (a.3.18) を使用すると, 定義域 \mathbf{E} の (a.3.12) が存在する区間内の或る点 x で (a.3.1) が連続であることが分かる.

$$h \rightarrow 0 \cdots (\text{a.3.14})$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} (f(x+h) - f(x)) = \lim_{h \rightarrow 0} f'(x) \times h + \lim_{h \rightarrow 0} \alpha(x; h) \cdots (\text{a.3.15})$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} f'(x) \times h + \lim_{h \rightarrow 0} \alpha(x; h) = 0 \cdots (\text{a.3.16})$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} (f(x+h) - f(x)) = 0 \cdots (\text{a.3.17})$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} f(x+h) = f(x) \cdots (\text{a.3.18})$$

(a.3.1) は (a.3.18) のように連続性を保証されるが, (a.3.12) は連続性を保証されていない. 関数 (a.3.1) が点 a で微分係数を持つ場合は, 点 a で微分可能であると呼ぶ. そして, ‘導関数’ という言葉を使用する微分法論では, 関数 (a.3.1) が或る区間 \mathbf{A} 内のすべての点で微分可能ならば, 関数 (a.3.1) は 区間 \mathbf{A} において微分可能 であると呼ぶことがある.

iv. 回路の線形素子と関数の線形結合について

電気工学の回路論での線形素子および数学の関数解析での線形結合について考える. 付録ivでは線形空間は (線形代数での) ベクトル空間の意味でも扱うことにする. 特に断りが無ければ, 付録ivで扱う関数は連続関数である.

(a.4.1) を線形空間であるものとする. この線形空間 (a.4.1) の要素として (a.4.2) の 2 つの関数を連続関数で考える. (a.4.1) および (a.4.2) の関係を (a.4.3) で記述する. ここでは, (a.4.2) の 2 つの関数は実数の区間を値域とする. (a.4.2) の 2 つの関数の定義域は実数の区間である. (a.4.4) を実数の係数体とする. (a.4.1) は (a.4.4) の上での線形空間であるものとする. (a.4.5) の a, b で (a.4.4) の要素を記述する. 一般に, a および b に対して (a.4.6) の関数を線形結合と呼ぶ.

$$\mathbf{X} \cdots (\text{a.4.1})$$

$$m(t), n(t) \cdots (\text{a.4.2})$$

$$m, n \in \mathbf{X} \cdots (\text{a.4.3})$$

$$\mathbf{K} \cdots (\text{a.4.4})$$

$$a, b \in \mathbf{K} \cdots (\text{a.4.5})$$

$$a \times m(t) + b \times n(t) \cdots (\text{a.4.6})$$

(a.4.7) の各要素は (a.4.1) の要素であるものとする. (a.4.8) の各要素は (a.4.4) の要素であるものとする. ここでは, (a.4.7) および (a.4.8) の各要素は実数である. (a.4.9) を (a.4.7) の線形結合とよぶ. (a.4.6) では実数値関数の場合の線形結合である. (a.4.9) では (a.4.7) の要素は関数に限らず, 線形空間 (a.4.1) の要素となる一般的な場合のものである.

$$m_1, m_2, \dots, m_k \cdots (\text{a.4.7})$$

$$a_1, a_2, \dots, a_k \cdots (\text{a.4.8})$$

$$a_1 \times m_1 + a_2 \times m_2 + \dots + a_k \times m_k \dots (a.4.9)$$

(a.4.10) が恒等的に成立するならば (a.4.11) が成立する場合には, (a.4.7) は線形独立であると呼ぶ. このことは (a.4.12) で記述できる.

$$a_1 \times m_1 + a_2 \times m_2 + \dots + a_k \times m_k = 0 \dots (a.4.10)$$

$$a_1 = a_2 = \dots = a_k = 0 \dots (a.4.11)$$

恒等的に (a.4.10) が成立する. \Rightarrow (a.4.11) が成立する. \dots (a.4.12)

(a.4.12) が成立しない場合は (a.4.7) は線形従属であると呼ぶ. 線形従属の場合は (a.4.13) が記述できる. m_1 を除く (a.4.7) の他の要素および (a.4.8) の数で m_1 が記述できることを, (a.4.13) では示している.

$$m_1 = -\frac{1}{a_1}(a_2 \times m_2 + \dots + a_k \times m_k), (a_1 \neq 0) \dots (a.4.13)$$

以下での議論では, 電圧および電流は実数の係数体の上での線形空間の要素とする. (a.4.14) の関数で線形素子の電圧および電流の対応を記述できるものとする. (a.4.14) の定義域 \mathbf{E}_1 は実数の集合であり, 電流 i を独立変数とする. この定義域 \mathbf{E}_1 と独立変数 i の関係は (a.4.15) で記述できる. (a.4.14) の値域 \mathbf{G}_v は実数の集合であり, 電圧 v を従属変数とする. この値域 \mathbf{G}_v と従属変数 v の関係は (a.4.16) で記述できる. (a.4.17) は任意の実数の定数とする. (a.4.17) は単位を持たないものとする. (a.4.14) の従属変数は電圧 v であるので (a.4.18) の電圧の単位を持つものとする. (a.4.19) および (a.4.20) の電流は (a.4.14) の関数の定義区間内の任意の実数とする. (a.4.19) および (a.4.20) の和を線形結合 (a.4.21) で記述できる. 線形空間の要素となる電流の線形結合 (a.4.22) を仮定する. (a.4.22) を (a.4.14) に代入すると (a.4.23) になる. (a.4.21) および (a.4.23) を使用すると, 線形素子 (a.4.14) では (a.4.24) を記述できる. (a.4.19), (a.4.20), (a.4.23) および (a.4.24) の使用で, (a.4.25) を記述できる.

$$v = f(i) \dots (a.4.14)$$

$$i \in \mathbf{E}_1 \dots (a.4.15)$$

$$v \in \mathbf{G}_v \dots (a.4.16)$$

$$a, b \dots (a.4.17)$$

$$f(i) \text{ V} \dots (a.4.18)$$

$$v_1 = f(a \times i_1) = a \times f(i_1) \dots (a.4.19)$$

$$v_2 = f(b \times i_2) = b \times f(i_2) \dots (a.4.20)$$

$$v_1 + v_2 = f(a \times i_1) + f(b \times i_2) = a \times f(i_1) + b \times f(i_2) \dots (a.4.21)$$

$$i_3 = a \times i_1 + b \times i_2 \dots (a.4.22)$$

$$v_3 = f(i_3) = f(a \times i_1 + b \times i_2) \dots (a.4.23)$$

$$f(a \times i_1 + b \times i_2) = a \times f(i_1) + b \times f(i_2) \dots (a.4.24)$$

$$v_3 = v_1 + v_2 \dots (a.4.25)$$

特に断りがなければ, (a.4.14) ~ (a.4.25) での記号は次の議論との関係が無いものとする. (a.4.26)

の関数で線形素子の電圧および電流の対応を記述できるものとする。(a.4.26) の定義域 \mathbf{E}_v は実数の集合であり、電圧 v を独立変数とする。この定義域 \mathbf{E}_v と独立変数 v の関係は (a.4.27) で記述できる。(a.4.26) の値域 \mathbf{G}_i は実数の集合であり、(a.4.26) の電流 i を従属変数とする。この値域 \mathbf{G}_i と従属変数 i の関係は (a.4.28) で記述できる。

(a.4.14) の逆関数を (a.4.26) とする場合は、(a.4.29) および (a.4.30) の関係を仮定している。(a.4.29) および (a.4.30) では、部分集合が真部分集合であるとは限らない。

(a.4.31) は任意の実数の定数とする。(a.4.31) は単位を持たないものとする。(a.4.26) の従属変数は電流であるので (a.4.32) の電流の単位を持つものとする。線形素子 (a.4.26) では、(a.4.33) および (a.4.34) が成立する。(a.4.33) および (a.4.34) の電圧は関数 (a.4.26) の定義区間内での任意の実数とする。(a.4.33) および (a.4.34) の和を線形結合 (a.4.35) で記述できる。線形空間の要素となる電圧の線形結合 (a.4.36) を仮定する。(a.4.36) を (a.4.26) に代入すると (a.4.37) になる。(a.4.33), (a.4.34) および (a.4.37) を使用すると、線形素子 (a.4.26) では (a.4.38) を記述できる。(a.4.33), (a.4.34), (a.4.37) および (a.4.38) の使用で、(a.4.39) を記述できる。

$$i = g(v) \cdots (a.4.26)$$

$$v \in \mathbf{E}_v \cdots (a.4.27)$$

$$i \in \mathbf{G}_i \cdots (a.4.28)$$

$$\mathbf{E}_v \subset \mathbf{G}_v \cdots (a.4.29)$$

$$\mathbf{G}_i \subset \mathbf{E}_i \cdots (a.4.30)$$

$$a, b \cdots (a.4.31)$$

$$g(v) A \cdots (a.4.32)$$

$$i_1 = g(a \times v_1) = a \times g(v_1) \cdots (a.4.33)$$

$$i_2 = g(b \times v_2) = b \times g(v_2) \cdots (a.4.34)$$

$$i_1 + i_2 = g(a \times v_1) + g(b \times v_2) = a \times g(v_1) + b \times g(v_2) \cdots (a.4.35)$$

$$v_3 = a \times v_1 + b \times v_2 \cdots (a.4.36)$$

$$i_3 = g(v_3) = g(a \times v_1 + b \times v_2) \cdots (a.4.37)$$

$$g(a \times v_1 + b \times v_2) = a \times g(v_1) + b \times g(v_2) \cdots (a.4.38)$$

$$i_3 = i_1 + i_2 \cdots (a.4.39)$$

電気回路のすべての素子が線形素子である場合は、その電気回路を線形回路と呼ぶ。線形回路を任意に結合して構成した回路網を線形回路網と呼ぶ。ただし、一般には電子回路でも同様に線形回路および線形回路網として認めている。

2つの電圧源 (a.4.40) および (a.4.41) のみがある線形回路網を仮定する。この線形回路網には線形素子 (a.4.26) はひとつだけ接続してあるものと仮定する。

$$W_1' \cdots (a.4.40)$$

$$W_2' \cdots (a.4.41)$$

この線形回路網の他の素子のことはここでは考えないものとする。この線形回路網の電圧源 (a.4.40) か

ら生じている線形素子 (a.4.26) の電圧を (a.4.42) とする. また, この線形回路網で電圧源 (a.4.41) から生じている線形素子 (a.4.26) の電圧を (a.4.43) とする.

$$a \times v_1 \cdots (a.4.42)$$

$$b \times v_2 \cdots (a.4.43)$$

これらのことを, 次のようにまとめる. この線形回路網の各電圧源が (a.4.44) の場合は (a.4.45) を成立するものとする. そして, この線形回路網の各電圧源が (a.4.46) の場合は (a.4.47) を成立するものとする.

$$\begin{cases} W'_1 = 0 \\ W'_2 \neq 0 \end{cases} \cdots (a.4.44)$$

$$\begin{cases} a \times v_1 = 0 \\ b \times v_2 \neq 0 \end{cases} \cdots (a.4.45)$$

$$\begin{cases} W'_1 \neq 0 \\ W'_2 = 0 \end{cases} \cdots (a.4.46)$$

$$\begin{cases} a \times v_1 \neq 0 \\ b \times v_2 = 0 \end{cases} \cdots (a.4.47)$$

線形結合 (a.4.48) では, この線形回路網の電圧源 (a.4.40), (a.4.41) および線形素子 (a.4.26) の電流の関係を解釈できる. (a.4.48) から (a.4.49) を算出できる.

$$g(a \times v_1 + b \times v_2) = g(a \times v_1) + g(b \times v_2) \cdots (a.4.48)$$

$$g(0) = 0 \cdots (a.4.49)$$

この線形回路網で電圧源 (a.4.44) の場合で, 線形素子 (a.4.26) の電流は (a.4.50) になる. この線形回路網で電圧源 (a.4.46) の場合で, 線形素子 (a.4.26) の電流は (a.4.51) になる.

$$g(a \times v_1 + b \times v_2) = g(b \times v_2) \cdots (a.4.50)$$

$$g(a \times v_1 + b \times v_2) = g(a \times v_1) \cdots (a.4.51)$$

(a.4.48) の線形結合を作ることで線形素子 (a.4.22) の電流を記述できる. 電圧源 (a.4.40), (a.4.41) および (a.4.48) の関係は, 電気回路論での重ねの理として解釈できる.

線形回路網で, 一般化した重ねの理では, n 個の電源および m 個の線形素子の分布に対するものである. ただし, $n \geq 0$ および $m > 0$ として n および m は任意の整数とする.

(a.4.36) で電圧の線形結合を仮定した. この電圧の線形結合を電位の重ね合わせの原理を使用して導出する. ここでは, 静電場 \mathbf{E} を仮定する. この仮定した静電場 \mathbf{E} 内に位置 a および b を仮定する.

(a.4.52) の左辺は静電場 \mathbf{E} 内の位置 a の電位である. (a.4.52) の右辺はその静電場 \mathbf{E} 内の位置 a での重ね合わせの原理による電位の記述である.

$$v_a = \sum_{i=1}^n v_{ai} \cdots (a.4.52)$$

(a.4.53) の左辺は静電場 \mathbf{E} 内の位置 b の電位である. (a.4.53) の右辺はその静電場 \mathbf{E} 内の位置 b での重ね合わせの原理による電位の記述である.

$$v_b = \sum_{i=1}^n v_{bi} \cdots (a.4.53)$$

(a.4.52) および (a.4.53) を使用して静電場 \mathbf{E} 内の位置 a および b の間の電位差を (a.4.54) で記述できる. (a.4.54) の右辺の各項を (a.4.55) で記述すると, (a.4.54) は (a.4.56) になる.

$$v_{ab} = v_b - v_a = \sum_{i=1}^n v_{bi} - \sum_{i=1}^n v_{ai} = \sum_{i=1}^n (v_{bi} - v_{ai}) \cdots (a.4.54)$$

$$v_{abi} = v_{bi} - v_{ai} \cdots (a.4.55)$$

$$v_{ab} = \sum_{i=1}^n v_{abi} \cdots (a.4.56)$$

(a.4.57) で (a.4.55) の左辺を記述できるものと仮定する. この (a.4.57) では, (a.4.58) の左辺は定数であり, かつ単位を持たないものとする. 単位は (a.4.59) が電圧の単位を持つものとする.

$$v_{abi} = a_i \times v_i \cdots (a.4.57)$$

$$a_i = \text{const.} \cdots (a.4.58)$$

$$v_i \text{ V} \cdots (a.4.59)$$

(a.4.57) を使用すると (a.4.56) は (a.4.60) で記述できる. (a.4.60) では, 線形結合を使用して電圧を記述できた.

$$v_{ab} = \sum_{i=1}^n a_i \times v_i \cdots (a.4.60)$$

(a.4.61) の線形素子の対応を考える. (a.4.61) および (a.4.62) は連続関数である. (a.4.61) および (a.4.62) の定義区間および値域は実数の区間である. (a.4.61) の独立変数は電流であり, 従属変数は電圧を意味する. (a.4.62) の独立変数は時刻であり, 従属変数は電流を意味する. (a.4.61) の定義域と (a.4.62) の値域は一致するものと仮定する. この場合は, (a.4.62) に (a.4.61) を合成した合成関数 (a.4.63) を記述できる. 電圧が (a.4.64) で時刻の関数として記述できた. (a.4.61) および (a.4.62) は連続関数であるので, (a.4.63) の右辺の合成関数も連続関数である. したがって, (a.4.64) は連続関数である.

$$v = f(i) \cdots (a.4.61)$$

$$i = g(t) \cdots (a.4.62)$$

$$v = (f \circ g)(t) \cdots (a.4.63)$$

$$v = k(t) \cdots (a.4.64)$$

(a.4.65) のように電流を線形空間の要素とする. (a.4.65) の空間は (a.4.66) の集合を係数体とする. (a.4.66) の要素は実数のみをとる. (a.4.65) の線形空間は (a.4.66) の上での線形空間である.

$$i_i = g_i(t) \in \mathbf{X}, (i=1, \dots, n) \cdots (a.4.65)$$

$$a_i \in \mathbf{K}, (i=1, \dots, n) \cdots (a.4.66)$$

各電流を (a.4.67) で記述できるものとする. (a.4.65) ~ (a.4.67) を仮定して, キルヒホッフの法則の電流則を (a.4.68) で記述する. ただし, (a.4.67) の左辺の符号はキルヒホッフの法則の電流則に従うも

のとする.

$$I_i(t) = a_i \times g_i(t) \cdots (a.4.67)$$

$$\sum_{i=1}^n I_i(t) = 0 \cdots (a.4.68)$$

付録IVでの電流の関数は連続であることを仮定している. しかし, 電流の定義式として扱った (4.3) では電流の関数の連続性は保証——2007年現在の日本国内の微分積分学で使用されている導関数となる微分係数は必ずしも連続な関数とは限らない.——していない. しかし, 電流の定義式 (4.3) では正味の電気量の時刻の関数 (4.1) は連続な関数であることを仮定している. このために, (a.4.68) の電流則が成立するのを保証できるのは (a.4.68) の左辺の各項が連続な関数の場合である. (a.4.69) ~ (a.4.77) では, (a.4.68) が成立する場合について考察する.

(a.4.68) の左辺を (a.4.69) で記述できるものとする. (a.4.70) が成立する場合で, (a.4.69) は (a.4.71) になることは明らかである. 次に, (a.4.69) の右辺の極限值 (a.4.72) を計算する.

$$I(t) = \sum_{i=1}^n I_i(t) \cdots (a.4.69)$$

$$t = r \cdots (a.4.70)$$

$$I(r) = \sum_{i=1}^n I_i(r) \cdots (a.4.71)$$

$$\lim_{t \rightarrow r} \sum_{i=1}^n I_i(t) \cdots (a.4.72)$$

まず, (a.4.69) の右辺の各項を定義している区間内のすべての数で (a.4.73) が成立する場合を考える. (a.4.73) が成立するならば, (a.4.74) が成立する. (a.4.74) が成立するならば, (a.4.69) は数 r で連続である. この定義区間内のすべての数で (a.4.74) が成立するならば, (a.4.69) は連続関数である. (a.4.68), (a.4.71) および (a.4.74) から (a.4.75) が成立する. (a.4.75) から定義区間内で常に (a.4.68) が成立することが分かった.

$$I_i(r) = \lim_{t \rightarrow r} I_i(t) \cdots (a.4.73)$$

$$I(r) = \lim_{t \rightarrow r} \sum_{i=1}^n I_i(t) \cdots (a.4.74)$$

$$\lim_{t \rightarrow r} \sum_{i=1}^n I_i(t) = \sum_{i=1}^n I_i(r) = 0 \cdots (a.4.75)$$

一方, (a.4.69) の右辺の項に (a.4.76) が成立する場合を考える. 一般に, (a.4.76) が成立するならば, (a.4.77) が成立する. この定義区間内の或る数 r で (a.4.77) が成立するならば, (a.4.69) は数 r で連続ではない. (a.4.71) および (a.4.77) から (a.4.78) が成立する. 一般に (a.4.78) から定義区間内の数 r を除いた数 r の近傍で (a.4.68) が成立しないことが分かった.

$$I_j(r) \neq \lim_{t \rightarrow r} I_j(t), (1 \leq j \leq n) \cdots (a.4.76)$$

$$I(r) \neq \lim_{t \rightarrow r} \sum_{i=1}^n I_i(t) \cdots (a.4.77)$$

$$\lim_{t \rightarrow r} \sum_{i=1}^n I_i(t) \neq \sum_{i=1}^n I_i(r), \left(\sum_{i=1}^n I_i(r) = 0 \right) \cdots (a.4.78)$$

(a.4.68) は (a.4.66) の要素の線形結合で記述している. (a.4.68) の左辺が線形独立ならば, (a.4.68) の線形結合の係数はすべて零である. (a.4.68) の左辺の各項が線形従属の場合で (a.4.68) を使用して (a.4.79) を記述する. (a.4.67) および (a.4.79) を使用すると (a.4.80) が記述できる. (a.4.80) では, (a.4.65) の添え字 j の要素を他の要素——添え字が $i \neq j$ となる. ——を使用して記述できる.

$$\sum_{i=1}^n I_i(t) = 0 \cdots (a.4.68)$$

$$I_j(t) = - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n I_i(t), \left(I_j(t) \text{ は定数の零にはならないものとする.} \right) \cdots (a.4.79)$$

$$I_i(t) = a_i \times g_i(t) \cdots (a.4.67)$$

$$g_j(t) = - \frac{1}{a_j} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n I_i(t), (a_j \neq 0) \cdots (a.4.80)$$

(a.4.68) の (a.4.65) の線形従属である要素から線形独立である要素で (a.4.81) のように記述できるものと仮定する. ただし, (a.4.81) では (a.4.82) を満足するものとする. また, (a.4.81) の添え字は (a.4.68) の添え字に一致させる必要はないものとする. (a.4.81) の添え字の番号が (a.4.68) の添え字の番号に等しくても, 同じ要素を意味するとは限らない.

$$\sum_{i=1}^d (a_i \times g_i(t)) = 0 \cdots (a.4.81)$$

$$d < n \cdots (a.4.82)$$

$n-d$ 個の (a.4.65) の線形従属である要素を (a.4.83) の線形結合で記述できることが, (a.4.81) から明らかである. (a.4.80) および (a.4.83) の記述での異なる箇所は, 線形空間 (a.4.65) の要素, 係数体 (a.4.66) の要素および線形結合の項数である.

$$\sum_{i=1}^d (a_i \times g_i(t)) \cdots (a.4.83)$$

(a.4.84) のように電圧を線形空間の要素とする. (a.4.84) の空間は (a.4.85) の集合を係数体とする. (a.4.85) は実数のみをとる. (a.4.84) の線形空間は (a.4.85) の上での線形空間である.

$$v_i = k_i(t) \in \mathbf{X} \cdots (a.4.84)$$

$$b_i \in \mathbf{K} \cdots (a.4.85)$$

電圧が時刻の関数で記述できることは (a.4.64) で導出した. 各電圧を (a.4.86) で記述できるものとする. (a.4.84) ~ (a.4.86) を仮定して, キルヒホッフの法則の電圧則を (a.4.87) で記述する. ただし, (a.4.86)

の左辺の符号はキルヒホッフの法則の電圧則に従うものとする.

$$V_i(t) = b_i \times k_i(t) \cdots (a.4.86)$$

$$\sum_{i=1}^n V_i(t) = 0 \cdots (a.4.87)$$

(a.4.64) では, 電流の関数 (a.4.62) が連続関数であることを仮定している. このために, (a.4.64) も連続関数になる. しかし, (a.4.62) が連続関数でない場合は, (a.4.64) は連続関数であることは保証されない. この場合は, (a.4.84) の要素が連続関数であることを保証できないために (a.4.87) は成立するものとは限らない.

(a.4.87) の左辺を (a.4.88) で記述できるものとする. (a.4.89) が成立する場合で, (a.4.88) は (a.4.90) になることは明らかである. 次に, (a.4.88) の右辺の極限值 (a.4.91) を計算する.

$$V(t) = \sum_{i=1}^n V_i(t) \cdots (a.4.88)$$

$$t = r \cdots (a.4.89)$$

$$V(r) = \sum_{i=1}^n V_i(r) \cdots (a.4.90)$$

$$\lim_{t \rightarrow r} \sum_{i=1}^n V_i(t) \cdots (a.4.91)$$

まず, (a.4.88) の右辺の各項を定義している区間内のすべての数で (a.4.92) が成立する場合を考える. (a.4.92) が成立するならば, (a.4.93) が成立する. (a.4.93) が成立するならば, (a.4.88) は数 r で連続である. この定義区間内のすべての数で (a.4.93) が成立するならば, (a.4.88) は連続関数である. (a.4.87), (a.4.88) および (a.4.93) から (a.4.94) が成立する. (a.4.94) から定義区間内で常に (a.4.87) が成立することが分かった.

$$V_i(r) = \lim_{t \rightarrow r} V_i(t) \cdots (a.4.92)$$

$$V(r) = \lim_{t \rightarrow r} \sum_{i=1}^n V_i(t) \cdots (a.4.93)$$

$$\lim_{t \rightarrow r} \sum_{i=1}^n V_i(t) = \sum_{i=1}^n V_i(r) = 0 \cdots (a.4.94)$$

一方, (a.4.88) の右辺の項に (a.4.95) が成立する場合を考える. 一般に, (a.4.95) が成立するならば, (a.4.96) が成立する. この定義区間内の或る数 r で (a.4.96) が成立するならば, (a.4.88) は数 r で連続ではない. (a.4.88) および (a.4.96) から (a.4.97) が成立する. 一般に, (a.4.97) から定義区間内の数 r を除いた数 r の近傍で (a.4.87) が成立しないことが分かった.

$$V_j(r) \neq \lim_{t \rightarrow r} V_j(t), (1 \leq j \leq n) \cdots (a.4.95)$$

$$V(r) \neq \lim_{t \rightarrow r} \sum_{i=1}^n V_i(t) \cdots (a.4.96)$$

$$\lim_{t \rightarrow r} \sum_{i=1}^n V_i(t) \neq \sum_{i=1}^n V_i(r), \left(\sum_{i=1}^n V_i(r) = 0 \right) \dots (a.4.97)$$

(a.4.87) は (a.4.84) の要素の線形結合で記述している. (a.4.87) の左辺の各項が線形独立ならば, (a.4.87) の線形結合の係数はすべて零である. (a.4.87) の左辺の各項が線形従属ならば (a.4.87) から (a.4.98) を記述できる. (a.4.86) および (a.4.98) を使用すると (a.4.99) が記述できる. (a.4.99) では, (a.4.84) の添え字 j の要素を他の要素——添え字が $i \neq j$ となる. ——を使用して記述できる.

$$\sum_{i=1}^n V_i(t) = 0 \dots (a.4.87)$$

$$V_j(t) = - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n V_i(t), \left(V_j(t) \text{は定数の零にはならないものとする.} \right) \dots (a.4.98)$$

$$V_i(t) = b_i \times k_i(t) \dots (a.4.86)$$

$$k_j(t) = - \frac{1}{b_j} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n V_i(t), (b_j \neq 0) \dots (a.4.99)$$

(a.4.87) の (a.4.84) の要素から線形独立である要素で (a.4.100) のように記述できるものと仮定する. (a.4.100) では (a.4.101) を満足するものとする. ただし, (a.4.100) の添え字は (a.4.87) の添え字に一致させる必要はないものとする. (a.4.100) の添え字の番号が (a.4.87) の添え字の番号に等しくても, 同じ要素を意味するとは限らない.

$$\sum_{i=1}^d (b_i \times k_i(t)) = 0 \dots (a.4.100)$$

$$d < n \dots (a.4.101)$$

$n-d$ 個の (a.4.84) の線形従属である要素を (a.4.102) の線形結合で記述できることが, (a.4.100) から明らかである. (a.4.99) および (a.4.102) の記述での異なる箇所は, 線形空間 (a.4.84) の要素, 係数体 (a.4.85) の要素および線形結合の項数である.

$$\sum_{i=1}^d (b_i \times k_i(t)) \dots (a.4.102)$$

参考文献

- 1) ROBERT RESNICK, DAVID HALLIDAY, KENNETH S. KRANE, 1992 : PHYSICS 4th Edition Volume2, John Wiley & Sons, Inc., p.597, pp.697-706, pp.715-728, pp.735-740, pp.745-748, pp.761-762, pp.767-769, pp.783-795, pp.821-827, pp.843-849.
- 2) 高木貞治 : 『解析概論 改訂第三版 軽装版』, (岩波書店, 1992), p.39, pp.131-132.
- 3) Bureau international des poids et mesures : The International System of Units(SI) 8th edition 2006, pp. 108-110, p.113, p.118. ([http:// www \) .bipm.org/utils/common/pdf/si_brochure_8.pdf](http://www.bipm.org/utils/common/pdf/si_brochure_8.pdf)
- 4) 訳・監修 (独)産業技術総合研究所 計量標準総合センター : 国際文書第 8 版 (2006) 国際単位系 (SI) 日

本語版

- 5) 金原寿郎編:『基礎物理学 下巻』,(裳華房,1964年), pp.77-78, p.86, pp.96-99, pp.132-133, pp.136-137.
- 6) 電気学会大学講座編:『電気回路論』,(電気学会,1993), pp.1-3, pp.28-37.
- 7) 電気学会編,『コンパクト版電気工学ポケットブック』,(オーム社,1992), p.196.
- 8) [富岡和人,“AL COM.CVSyst.1 on Dec. 27, 2006”, 循環系に関する研究報告, \(2006-12-27\)](#)
- 9) [富岡和人,“循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第一回”](#)
- 10) [富岡和人,“循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第二回”](#)
- 11) [富岡和人,“循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第三回”](#)
- 12) [富岡和人,“電位の簡単な入門 2007 第一回”](#)
- 13) [富岡和人,“電位の簡単な入門 2007 第二回”](#)
- 14) [富岡和人,“電位の簡単な入門 2007 第三回”](#)
- 15) [富岡和人,“電位の簡単な入門 2007 第四回”](#)
- 16) [富岡和人,“特殊相対性理論の速度の変換”, p.65.](#)
- 17) [富岡和人,“電位の簡単な入門 2007Option”](#)
- 18) ROBERT RESNICK, DAVID HALLIDAY, KENNETH S. KRANE, 1992 : PHYSICS 4th Edition
Volume1, John Wiley & Sons, Inc.
- 19) Vladimir A.Zorich, Roger Cooke(Translator), 2004 : Mathematical Analysis I, Spronger, ,
pp.151-153, , pp.155-156, pp.178-181, pp.196-197, pp.331-333.
- 20) [富岡和人,“AL COM.CVSyst.2 on Dec. 25, 2008”, 循環系に関する研究報告, \(2008-12-25\)](#).

免責事項

A LIFFE COM.および外部の情報提供者は、ユーザーに対しこの Web サイトの内容について何ら保証するものではありません。ユーザーが A LIFFE COM.の Web サイトを利用したことにより被った損失・損害、その他 A LIFFE COM. の Web サイトに関連して被った損失・損害について、A LIFFE COM. および外部の情報提供者は、一切責任を負いません。

本資料は情報提供を目的として作成したものです。本資料の真偽に対しては、著者、A LIFE COM.および A LIFE COM.のバイオ研究室は一切の責任を負いません。

著作権

Copyright © 2007–2009 富岡和人 All rights reserved.

文書のプロパティの文書に関する制限の概要の表示内容については著者の許可のないものとします。

本ドキュメントのバックアップのコピーは許可します。

本ドキュメントを私的利用の範囲内で印刷することは許可します。

電位の簡単な入門 2007 第5回 とみおかかずひと 富岡和人著

作成日：2007年10月21日

発行日：2007年10月22日

改訂発行日：2007年12月30日

改訂発行日：2008年06月24日

改訂発行日：2008年09月01日

改訂発行日：2009年07月04日

改訂発行日：2009年11月25日

ホームページ

<http://www.alifecom.info/>

<http://www7b.biglobe.ne.jp/~alifecom/>

<http://book.geocities.jp/alifecominfo/>

<http://alifecominfo.aikotoba.jp/>

電気の回路のページ

http://www.alifecom.info/circuit_analysis.htm

http://www7b.biglobe.ne.jp/~alifecom/circuit_analysis.htm

http://book.geocities.jp/alifecominfo/circuit_analysis.htm

http://alifecominfo.aikotoba.jp/circuit_analysis.htm