

電位の簡単な入門 2007

No.3

——電位の定義のお話し——

A LIFE COM. バイオ研究室

富岡和人

1. まえがき

本書の第1回¹⁾の本文では保存力およびポテンシャルエネルギーを説明した。第1回のポテンシャルエネルギーの説明の中で、エネルギー原理および力学的エネルギー保存の法則について説明した。第2回²⁾の本文では電気量、クーロンの法則、静電氣的ポテンシャルエネルギーおよび静電場内の系のエネルギーについての説明をした。

第3回の2章では電位の定義を与える。2章での電位の定義では静電氣的ポテンシャルエネルギーを使用する。著者の経験では2007年現在までの日本国内の多くの物理学書および工学書では単位正電荷あたりの仕事量として電位を説明している。本書が他書と異なる特徴的な箇所のひとつに電位の定義の仕方を挙げることができるものと著者は考える。この電位の定義においての著者の意見は本書の Option³⁾——第5回⁸⁾の後に作成したものである。——で論じる。その際に、ポテンシャルエネルギーおよび仕事における電位の解釈の異なる箇所が論点になる。

3章では静電場を使用して2章で定義した電位を計算する方法について説明する。3章での説明に類似した電位の説明が、著者が大学生のころに触れたものにある。そのような電位の説明では、ポテンシャルエネルギーを使用した電位の定義が明示されていなかった。そして、そのような説明での電位は仕事量として説明されていた。著者が大学生のころに触れた一般的と考えられる日本国内の物理理論では、ポテンシャルエネルギーを仕事量で記述していた。そのように仕事量で記述したポテンシャルエネルギーの説明では、本書の第1回のようなポテンシャルエネルギーの定め方を与えていなかった。このために、ポテンシャルエネルギーとして与えた仕事量は、系内の各質点が相対的配置に在るためにもっているエネルギーとしたポテンシャルエネルギーの解釈には等しくはない。仕事量でポテンシャルエネルギーを定めると、質点の移動の情報を必要とする。質点の移動の情報がなくても、本書では上述のようにポテンシャルエネルギーを定めることができる。この観点では、大学生のころの電位を与えた式の仕事量の箇所をポテンシャルエネルギーに書き直しても、本書の電位の定義での解釈とは異なる。本書では、点電荷の移動の情報を利用した仕事量を使う電位の記述は、電位の値を知る技術として扱うことを明確にした。そして、そのような電位の値を得る技術である式を電位の定義式としては扱わない。この技術について3章で説明をしている。本書の第1回の付録 i では、上述で触れたポテンシャルエネルギーの異なる箇所についての著者の考えを説明した。

4章では電位についての重ね合わせの原理について説明する。電位の重ね合わせの原理は電位を使用する際にたびたび必要になるものである。第5回では特に断らなくても電位の重ね合わせの原理を使用している箇所もある。5章では電位と静電気力のなす仕事量について説明する。ここでの仕事量を使用した電位の考察は電位の定義を考える際に使用できるものと著者は判断している。5章の考察では、第1回のエネルギー原理でポテンシャルエネルギーの差および運動エネルギーの差を使用する。本書の Option では電位の定義について考える際に5章での計算を考慮することになる。

第3回の本文では真空中の誘電率で計算している。付録iで真空中の誘電率でない場合について簡単な説明をした。付録iiでは、数学で定義しているスカラーポテンシャルについて簡単な説明をした。付録iiiでは、Poisson（ポアソン）の方程式および Laplace（ラプラス）の方程式について説明した。付録のivではファラデーの法則について説明して保存力でない電気力について簡単な説明をした。付録vでは系の静電的ポテンシャルエネルギー——孤立導体球の場合のコンデンサの容量の計算——について簡単な説明をした。

本書の第3回の全体は文献4を参考にして作成した。クーロンの法則の変形については文献5も参考にした。付録iiiのベクトル解析については文献6を参考にした。文献7および文献8は本書の第4回および第5回の本文のPDF文書である。文献9では、微分法および積分法を参考にした文献である。特に、本書の第3回ではリーマン積分について文献9で学んでいる。本書は著者の専攻である循環系の回路モデルの参考文献として作成をしている。文献10～文献14が、その回路モデルについての参考文献である。著者の構築している循環系の回路モデル理論では、電位を心臓および血管内に作用している内圧に対応関係を与えている。心臓から生じる内圧で主に心臓および血管内の血液が心臓血管系内を循環することを、著者の循環系の回路モデル理論では説明することができる。このことは、著者の循環系の回路モデル理論では特徴的な箇所でもある。2007年現在での著者の循環系の回路モデル理論での特徴的な他の箇所では電気回路のコンデンサを循環系の回路モデルのコンプライアンスに対応関係を与えている。このコンプライアンスに関連した電気回路論の事項として、付録vではコンデンサについての計算を説明している。付録vの説明は直接には文献10～文献14では使用しない。本書の第4回では、本文でコンデンサについて説明をする。

本書では‘誤り’がないことを保証はしない。本書の校正の作業は今後も行う予定である。本書の‘誤り’が見つかった際には不定期に改訂を行い発行する予定である。

目次

1. まえがき.....	1
目次.....	3
2. 電位 (electrostatic potential) の定義.....	4
3. 静電場から計算した電位.....	6
4. 重ね合わせの原理 (the principle of superposition)	7
5. 電位と静電気力のなす仕事.....	12
6. あとがき.....	13
付録.....	13
i. 誘電率を考慮した電位の式.....	13
ii. スカラーポテンシャル.....	13
iii. Poissonの方程式およびLaplaceの方程式.....	14
iv. ファラデー (Faraday) の法則.....	15
v. 系の静電的ポテンシャルエネルギー.....	19
参考文献.....	22
免責事項.....	22
著作権.....	23

2. 電位 (electrostatic potential) の定義

前回で 2 つの点電荷間に生じる静電的ポテンシャルエネルギー (2.1) ——第 2 回の (3.15) ——を計算した。第 3 回の 2 章では、静電的ポテンシャルエネルギーを使用して電位を定義する。このために、(2.1) の分子では、(2.2) を前提にして (2.3) の符号を定めることはない。

$$U_{r_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{qq_1}{r_0} \dots (2.1)$$

$$q > 0 \text{ C} \dots (2.2)$$

$$q_1 \text{ C} \dots (2.3)$$

(2.4) を電位の定義式とする。(2.4) の左辺の記号は電位を意味する。また、単位は電位の単位である。電位の定義 (2.4) の右辺の分母は正の電気量であり、電位の定義 (2.4) の右辺の分子は分母の正の電気量が在る位置 r の点電荷の静電的ポテンシャルエネルギーである。電位の定義 (2.4) によると、無限遠での静電的ポテンシャルエネルギーを基準の零として、静電場内の或る位置の単位正電荷当たりの静電的ポテンシャルエネルギーが電位である。ただし、ここでの正電荷とは正の電気量を持った点電荷の意味である。電位の定義 (2.4) の左辺と右辺の単位から、電位が物理学のエネルギー——2007年現在の物理学でのエネルギーの単位はジュール J である。——ではないことは明らかである。本書では、電位 (2.4) は静電場内の位置 r に対応させるものであり、点電荷が持つものとは解釈しない。

$$V_r \text{ V} \equiv \frac{U_r \text{ J}}{q \text{ C}} \dots (2.4)$$

電位 (2.4) の右辺の分母の符号は正に定まっている。しかし、電位 (2.4) の右辺の分子は正あるいは負のどちらの符号も取ることができる。このために、電位 (2.4) の左辺は正あるいは負の両方の符号を得ることができる。

電位 (2.4) から (2.5) が記述できる。(2.5) は静電場内の位置 r の電位と静電的ポテンシャルエネルギーとの関係式のひとつである。(2.5) の左辺の静電的ポテンシャルエネルギーは、正の点電荷と他の点電荷——符号は任意である。——との相互作用の静電的ポテンシャルエネルギーであるものと解釈できる。

(2.5) の左辺は電位 (2.4) の右辺の分子である。4 章で静電場が零でない場合で、電位が零の場合についての説明をする。

$$U_r = q \times V_r \dots (2.5)$$

簡単な場合には電気量 (2.2) および電気量 (2.3) を前提とした静電的ポテンシャルエネルギー (2.1) の左辺が電位 (2.4) の右辺の分子である。電気量 (2.3) の点電荷から生じる静電場内には (2.4) の左辺の電位が対応することになる。電位 (2.4) の分子に静電的ポテンシャルエネルギー (2.1) を代入すると電位 (2.6) が記述できる。静電的ポテンシャルエネルギー (2.1) および電位 (2.6) の右辺の真空中の誘電率からも分かるように、(2.6) の電位の式は真空中の静電場内の電位の式である。電位 (2.6) が対応する静電場内の位置は、(2.1) の右辺の分子の電気量 (2.2) の点電荷が在る位置である。電位 (2.6) の左辺は、(2.6) の右辺の分子 (2.3) の電気量と分母の距離 r_0 の値で決定する。電位 (2.6) の右辺の分子の電気量 (2.3) が変化しないならば、分母の距離 r_0 の値が定数の場合は、(2.6) の左辺の電位の値は定数となる。このように電気量の変化がないならば、真空中の一つの点電荷から生じる静電場内では、その点電荷を中心とした球面において同じ電位が対応する。(2.6) の電位の場合には (2.7) の記述で静電場内の点電荷に作用する静電気力の静電的ポテンシャルエネルギーの式を記述できる。このことは (2.1) と (2.7) を比較す

ると明らかである。本書の本文内で誘電率を記述する場合は、すべて真空中の誘電率で記述する。真空中の誘電率でない場合は付録 i に説明してある。

$$V_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_1}{r_0} \dots (2.6)$$

$$U_r = q_2 \times V_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_2 q_1}{r_0} \dots (2.7)$$

(2.8) は、本書の第 1 回の (3.11) および (a.1.2) で説明したものである。(2.8) の右辺に使用している三角形をひっくり返したような記号はナブラと呼ぶことがある。記号の意味は (2.9) のようになる。(2.8) の右辺の静電氣的ポテンシャルエネルギーを定義した保存力が静電気力 (2.8) の左辺である。この左辺の保存力は静電気力 (2.10) で記述できる。(2.10) では前回——本書の第 2 回——の (3.2) で使用して、静電氣的ポテンシャルエネルギーを計算した。静電気力 (2.10) の右辺を (2.8) の左辺に代入すると (2.11) に記述できる。(2.11) から静電場 (2.12) を記述できる。静電場 (2.12) の右辺に (2.4) の左辺を代入すると静電場 (2.13) が記述できる。

$$\mathbf{F} = -\nabla U_r \dots (2.8)$$

$$\text{nabla(ナブラ)}: \nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \dots (2.9)$$

$$\mathbf{F} = q \times \mathbf{E} \dots (2.10)$$

$$q \times \mathbf{E} = -\nabla U_r \dots (2.11)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \frac{U_r}{q} \dots (2.12)$$

$$\mathbf{E} \frac{\text{N}}{\text{C}} = -\nabla V_r \frac{\text{V}}{\text{m}} \dots (2.13)$$

静電気力 (2.8) および静電場 (2.13) の記述には数学で定められた“ポテンシャル”と呼ばれる術語がある。電位の英語が“electrostatic potential”と記述されるので、付録 ii に数学でのポテンシャルについて簡単に説明してある。(2.13) を使用した重要な関係式に Poisson の方程式および Laplace の方程式がある。これらの方程式については付録 iii で説明してある。

連続的に電氣量が分布しているものと扱う場合の電位は (2.14) で記述できる。(2.14) の右辺の分子の電氣量は、連続的に電氣量が分布している領域を微小に分割した任意部分の電氣量である。(2.14) の右辺の分子の電氣量は、電荷密度——対象となる領域に分布している総電氣量の密度——を定義して理論上は (2.14) で与えることができる。(2.14) の分母の距離の変数は、静電場内の或る位置に在る微小な任意部分までの距離である。一般には、(2.14) は電位 (2.15) のように積分をすることで使用する。

$$dV_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{dq}{r} \dots (2.14)$$

$$V_r = \int dV_r \dots (2.15)$$

静電氣的ポテンシャルエネルギー (2.16) および電位 (2.17) のように定める。静電氣的ポテンシャルエネルギー (2.16) および電位 (2.17) の右辺の第二項は定数である。静電氣的ポテンシャルエネルギー (2.16) で静電気力 (2.18) の右辺のようにすると静電気力 (2.8) の左辺を得る。電位 (2.17) で静電場 (2.19)

の右辺のようにすると静電場 (2.13) の左辺を得る. 静電的ポテンシャルエネルギーに定数を加えても, 静電的ポテンシャルエネルギーを定義した保存力の電気力を (2.18) の右辺のように記述できる. (2.8) の右辺の電位に定数を加えても, (2.13) の右辺の電位をもつ同じ静電場—— (2.13) の左辺——を (2.19) のように記述できる. ただし, 本書の静電的ポテンシャルエネルギーは第2回で無限遠を基準にして, 無限遠の静電的ポテンシャルエネルギーを零と定義した. また, 電位は (2.4) から無限遠で零になることは明らかである.

$$U = U_r + C_0 (C_0 = \text{const.}) \dots (2.16)$$

$$V = V_r + C_1 (C_1 = \text{const.}) \dots (2.17)$$

$$\mathbf{F} = -\nabla U_r = -\nabla (U_r + C_0) \dots (2.18)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V_r = -\nabla (V_r + C_1) \dots (2.19)$$

3. 静電場から計算した電位

2章では静電的ポテンシャルエネルギーを使用して電位を (2.4) で定義した. 電位の定義 (2.4) から静電場での電位の式 (2.6) および (2.15) を計算した. 3章では静電場を使用して, (2.4) から電位の式を計算する.

(3.1) は静電場内の静電気力 (2.10) である保存力のなした仕事の式である. (3.2) の左辺は静電気力 (2.10) に対して定義した静電的ポテンシャルエネルギーである. (3.2) の右辺の第二項は (3.3) のように定義した静電的ポテンシャルエネルギーである. (3.3) を使用して, 静電的ポテンシャルエネルギー (3.2) の右辺の第一項に仕事 (3.1) を代入すると (3.4) を記述できる. 電位の定義 (2.4) の分子に静電的ポテンシャルエネルギー (3.4) の右辺を代入すると電位 (3.5) を記述できる. 電位 (3.5) の右辺には静電場を記述してある. このために (3.5) の左辺の電位は (3.5) の右辺のように静電場から計算できることが分かる. 保存力となる静電気力で (3.5) を記述した. しかし, 電場内で作用する電気力でも, 保存力にならないものもある. この保存力にならない電気力を作用させる電場については付録ivで説明した.

電位 (3.5) の積分区間の ∞ では静電場内の静電的ポテンシャルエネルギーの値 (3.3) を定義している.

(3.2) の第一項の負の符号が電位 (3.5) の右辺に記述してある. 電位 (3.5) の右辺での負の符号は本書の第1回の (3.4) の右辺での負の符号である. 電位 (3.5) の右辺の積分は, 仕事 (3.1) の右辺に記述した保存力の積分である. このために, 電位 (3.5) の右辺の積分は経路に依存しないで, 積分区間の始点と終点のみで (3.5) の右辺の積分の値は決定する. そして, (3.5) の左辺は静電場内の位置 r の電位を意味することになる.

$$W_{\infty r} = \int_{\infty}^r \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = q \times \int_{\infty}^r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad J, (q > 0) \dots (3.1)$$

$$U_r = -W_{\infty r} + U_{\infty} \dots (3.2)$$

$$U_{\infty} = \lim_{a \rightarrow \infty} U_a \equiv 0 \dots (3.3)$$

$$U_r = -q \times \int_{\infty}^r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \dots (3.4)$$

$$V_r = \frac{U_r}{q} = - \int_{\infty}^r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad V \dots (3.5)$$

本書の第1回の (3.4) はポテンシャルエネルギーを定義した保存力およびそのポテンシャルエネルギー

との関係式として定義した。その関係式を使用して (3.2) を記述した。(3.2) では (3.2) の右辺の仕事量および無限遠でのポテンシャルエネルギーとして定義した (3.3) を使用して、(3.2) の左辺のポテンシャルエネルギーの値を知ることができる。このことでは、(3.2) の左辺のポテンシャルエネルギーの値を直接に知ることはできなくても (3.2) の右辺から (3.2) の左辺の値を知ることができることは明らかである。(3.2) の右辺では、第 2 項の (3.3) は定義した値であるので既に計算を必要とはしないものと扱うことができる。一方、(3.2) の右辺の第 1 項には仕事 (3.1) を記述している。このことは、(3.2) の右辺の第 1 項を (3.6) のように書き直すことで明らかである。(3.6) の右辺には -1 と仕事 (3.1) との掛け算を示している。仕事 (3.1) の積分は、静電気力が作用している点電荷の移動を記述している積分である。一般に、仕事 (3.1) を計算する際には、その点電荷の移動の情報を利用して静電気力のなす仕事 (3.1) を計算する。その点電荷の移動の情報を利用して算出した仕事に -1 を掛けることで (3.6) の左辺を算出できる。(3.6) の左辺は (3.2) の右辺の第 1 項である。(3.2) の右辺の第 1 項は (3.4) の右辺である。(3.4) の右辺は (3.4) の左辺のポテンシャルエネルギーの値である。(3.4) では相対的配置に割り当てる位置 r での点電荷の静電的ポテンシャルエネルギーが直接に算出できなくても、(3.4) の右辺に記述した点電荷の移動の情報を利用して算出した仕事 (3.1) から (3.4) の左辺の値を知ることが示している。

$$-W_{\infty r} = -1 \times W_{\infty r} \dots (3.6)$$

そして、位置 r の電位を直接に知ることができない場合でも、(3.4) を使うことで位置 r の電位を知ることができる。その電位の算出では (3.5) の右辺を使用する。電位の定義 (2.4) を使用すると、そのように点電荷の移動の情報を利用して算出した静電的ポテンシャルエネルギー (3.4) から位置 r の電位 (3.5) を知ることができる。ここで、点電荷に電気量 (3.7) を仮定すると、ポテンシャルエネルギー (3.4) の右辺は (3.8) に記述できる。ポテンシャルエネルギー (3.8) の右辺は、電気量 (3.7) を持つ点電荷の移動の情報を使用している積分である。その積分 (3.8) の右辺の値は、位置 r の電位 (3.5) の右辺の積分の値に等しい。ただし、ポテンシャルエネルギー (3.8) の右辺に表示した単位は位置 r の電位 (3.5) の右辺に表示した単位とは異なる。位置 r の電位の値を直接に測定できない場合でも、点電荷の移動の情報を利用する (3.5) の技術で位置 r の電位の値を知ることができる。

$$q = 1C \dots (3.7)$$

$$U_r = -1 \times \int_{\infty}^r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \int_{\infty}^r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} J \dots (3.8)$$

4. 重ね合わせの原理 (the principle of superposition)

(4.1) ~ (4.5) は前回に導出した式——第 2 回の (4.17) ~ (4.21) である。——である。(4.1) および (4.4) は数学的には等価である。しかし、(4.1) および (4.4) は物理学的には異なる解釈を与えることができる。(4.1) の右辺の各項は (2.1) のような静電的ポテンシャルエネルギーと解釈できる。(4.4) の右辺の各項は (2.7) の右辺——この場合の電位の式は (2.6) になる。——のように解釈できる。ただし、(4.4) での左辺の静電的ポテンシャルエネルギーの点電荷の電気量 q_i の符号は正とは限らない。そして、(4.4) の右辺での或る電気量 q_j の点電荷と電気量 q_i の点電荷との相互作用で生じた静電的ポテンシャルエネルギーの総和は、その電気量 q_i の点電荷が在る位置の静電的ポテンシャルエネルギーである。付録の v では系を構成する点電荷の静電的ポテンシャルエネルギーの総和について簡単な説明をした。

$$U_i = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \dots (4.1)$$

$$U = \sum_{i=2}^n U_i = \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \dots (4.2)$$

$$r_{ij} = r_{ji} \dots (4.3)$$

$$U_i = q_i \times \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r_{ij}} \dots (4.4)$$

$$U = \sum_{i=2}^n U_i = \sum_{i=2}^n \left(q_i \times \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r_{ij}} \right) \dots (4.5)$$

(4.6) は真空中の i-1 個の点電荷のみから生じる静電場内の位置に対応する電位の式である. (4.7) を前提として (4.6) は記述できる. (4.4) を使用して (4.6) を記述できることは明らかである. 各 (4.8) の点電荷から生じる静電場内の電位 (4.9) の総和が i-1 個の点電荷のみが存在する真空中の静電場内の位置に対応する電位となることが (4.6) から分かる. (4.6) は電位の“重ね合わせの原理”と呼ばれることがある. 電位の重ね合わせの原理 (4.6) は, i-1 個の点電荷のみから生じる静電場内には i-1 個の点電荷のみが在る場合で考えることができる. 一方, (4.1) および (4.4) では i-1 個の点電荷のみから生じる静電場内には i 個の点電荷のみが在る場合で考えることになる.

$$V_i = \frac{U_i}{q_i} = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r_{ij}}, (i \geq 2) \dots (4.6)$$

$$q_i > 0 \dots (4.7)$$

$$q_j \dots (4.8)$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r_{ij}} \dots (4.9)$$

静電的ポテンシャルエネルギー (4.4) および電位の重ね合わせの原理 (4.6) から (4.10) を記述できる. (4.10) の左辺は (4.7) を満足した電気量を持つ点電荷の位置の静電的ポテンシャルエネルギー (4.4) である. ただし, (4.10) の (4.11) の符号を正負の両方で使用しても静電的ポテンシャルエネルギーを (4.10) で記述できる.

$$U_i = q_i \times V_i \dots (4.10)$$

$$q_i \dots (4.11)$$

電位 (3.5) を使用すると電位の重ね合わせの原理 (4.6) の右辺の各項は (4.12) で記述できる. 電位 (4.12) を電位の重ね合わせの原理 (4.6) の右辺に代入すると (4.13) を記述できる. 電位の重ね合わせの原理 (4.6) は (4.14) で記述できる. (4.14) の右辺に記述した各項の積分はひとつの点電荷から生じる静電場の式を積分することで計算できる.

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r_{ij}} = -\int_{\infty}^{r_{ij}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r^2} dr \dots (4.12)$$

$$V_i = \frac{U_i}{q_i} = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r_{ij}} = \sum_{j=1}^{i-1} \left(-\int_{\infty}^{r_{ij}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r^2} dr \right), (i \geq 2) \dots (4.13)$$

$$V_i = -\sum_{j=1}^{i-1} \left(\int_{\infty}^{r_{ij}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r^2} dr \right), (i \geq 2) \dots (4.14)$$

電位 (3.5) を使用すると電位の重ね合わせの原理 (4.6) の右辺の各項は (4.15) で記述できる. 電位 (4.12) を電位の重ね合わせの原理 (4.6) の右辺に代入すると (4.13) を記述できる. (4.15) は線積分であり, 曲

線上の無限遠から曲線上の点 Q まで積分することを意味する。無限遠は静電的ポテンシャルエネルギーを零として定義した静電的ポテンシャルエネルギーの基準点である。電位 (4.15) を (4.16) に整理する。電位 (4.16) は (4.17) に整理できるものとする。電位 (4.17) を (4.18) に書き直す。ただし、(4.19) を仮定する。電位の重ね合わせの原理 (4.6) の左辺の電位は (4.20) に書き直すことができる。

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r_{ij}} = -\int_{\infty Q} \mathbf{E}_j \cdot d\mathbf{s} \dots (4.15)$$

$$V_i = \frac{U_i}{q_i} = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r_{ij}} = \sum_{j=1}^{i-1} \left(-\int_{\infty Q} \mathbf{E}_j \cdot d\mathbf{s} \right), (i \geq 2) \dots (4.16)$$

$$V_i = \sum_{j=1}^{i-1} \left(-\int_{\infty Q} \mathbf{E}_j \cdot d\mathbf{s} \right) = -\int_{\infty Q} \sum_{j=1}^{i-1} (\mathbf{E}_j \cdot d\mathbf{s}) = -\int_{\infty Q} \left(\sum_{j=1}^{i-1} \mathbf{E}_j \right) \cdot d\mathbf{s}, (i \geq 2) \dots (4.17)$$

$$V_i = -\int_{\infty Q} \left(\sum_{j=1}^{i-1} \mathbf{E}_j \right) \cdot d\mathbf{s} = -\int_{\infty Q} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}, (i \geq 2) \dots (4.18)$$

$$\mathbf{E} = \sum_{j=1}^{i-1} \mathbf{E}_j, (i \geq 2) \dots (4.19)$$

$$V_i = -\int_{\infty Q} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}, (i \geq 2) \dots (4.20)$$

電位の重ね合わせの原理 (4.6) および電位 (4.20) から (4.21) を記述できる。(4.21) は (4.22) に整理できる。ただし、(4.7) を仮定する。(4.22) の左辺の静電的ポテンシャルエネルギーは (4.6) の右辺の分子の静電的ポテンシャルエネルギーである。(4.22) の右辺から (4.6) の右辺の分子の静電的ポテンシャルエネルギーは電気量 (4.7) のひとつの点電荷と (4.19) の他の点電荷——点電荷の符号は任意である。——との相互作用で生じていることが分かる。(4.22) の右辺の静電気力を (4.23) で記述すると静電的ポテンシャルエネルギー (4.24) になる。静電的ポテンシャルエネルギー (4.24) の右辺の積分は (4.25) のように静電気力 (4.23) のなす仕事の値に等しいことは前回——本書の第 2 回——の (4.29) から明らかである。仕事 (4.25) では、静電場内で静電気力が電気量 (4.7) の点電荷に作用している。その点電荷に作用している静電気力のなす仕事が (4.25) である。仕事 (4.25) を使用すると静電的ポテンシャルエネルギー (4.24) は (4.26) に記述できる。

$$\frac{U_i}{q_i} = -\int_{\infty Q} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}, (i \geq 2) \dots (4.21)$$

$$U_i = -\int_{\infty Q} (q_i \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{s}, (i \geq 2) \dots (4.22)$$

$$\mathbf{F}_i = q_i \mathbf{E}, (i \geq 2) \dots (4.23)$$

$$U_i = -\int_{\infty Q} \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{s}, (i \geq 2) \dots (4.24)$$

$$W_i = \int_{\infty Q} \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{s}, (i \geq 2) \dots (4.25)$$

$$U_i = -W_i, (i \geq 2) \dots (4.26)$$

静電的ポテンシャルエネルギー (4.26) に (4.27) を仮定すると仕事 (4.28) になる。静電的ポテンシャルエネルギー (4.26) に (4.29) を仮定すると仕事 (4.30) になる。(4.27) ~ (4.30) を考慮すると (4.20)

の右辺での負の符号は静電的ポテンシャルエネルギーとその静電気力のなす仕事との関係の負の符号であるものと解釈できる.

$$U_i = -W_i > 0, (i \geq 2) \dots (4.27)$$

$$W_i < 0, (i \geq 2) \dots (4.28)$$

$$U_i = -W_i < 0, (i \geq 2) \dots (4.29)$$

$$W_i > 0, (i \geq 2) \dots (4.30)$$

(4.1) および (4.6) の右辺の計算はスカラーでの計算である. 一方, (3.5), (4.16), (4.20) および (4.22) の右辺はベクトルの内積での積分の計算である. (4.1) あるいは (4.6) の右辺には電気量および点電荷間の距離を代入することで点電荷の静電的ポテンシャルエネルギーあるいは静電場内の電位を計算することができる. ベクトルの内積での積分の計算では各ベクトルの向きと大きさの計算を必要とする. また, 線積分の曲線とその曲線上の始点および終点を固定しても, 位置ベクトルの与え方によって積分区間が変わることがある. 線積分の曲線およびその曲線上の始点および終点を固定しても, (4.16) の右辺と (4.17) の右辺では積分区間が同じであることは保証されない.

図 4.1 で, 静電場が零でない場合に電位が零になる場合を考える. 図 4.1 の左の点電荷の電気量は (4.31) であり, 右の点電荷の電気量は (4.32) である. 電気量 (4.31) および電気量 (4.32) の点電荷が在る直線を考える. 図 4.1 のように, この直線上に右と左の点電荷から等しい距離 (4.33) の位置に電気量 (4.34) の点電荷を置いた場合を考える. 図 4.1 の電気量 (4.31) および電気量 (4.32) の 2 つの点電荷によって静電場が生じているものとする. 電気量 (4.34) の点電荷は電気量 (4.31) および電気量 (4.32) による静電場には影響を与えないものとする.

$$q > 0 \dots (4.31)$$

$$-q < 0 \dots (4.32)$$

$$r \dots (4.33)$$

$$q_0 > 0 \dots (4.34)$$

図 4.1 の左に在る電気量 (4.31) の点電荷と中央に在る電気量 (4.34) の点電荷の相互作用で生じている電気量 (4.34) の位置の静電的ポテンシャルエネルギーを (4.35) とする. 図 4.1 の右に在る (4.32) の点電荷と中央に在る (4.34) の点電荷の相互作用で生じている電気量 (4.34) の位置の静電的ポテンシャルエネルギーを (4.36) とする. 電気量 (4.34) の点電荷の在る位置の静電的ポテンシャルエネルギーは (4.37) —— (4.1) を使用するとこの静電的ポテンシャルエネルギーを計算できる. —— になる. 電位の定義 (2.4) および静電的ポテンシャルエネルギー (4.37) から電位 (4.38) を記述できる. (4.35) および (4.36) は左右の各点電荷から生じた静電場が在ることで計算できる静電的ポテンシャルエネルギーである. 電位 (4.38) では静電場内の電気量 (4.34) の位置に対応する電位がゼロであることを示している.

$$U_L = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_0 \times q}{r} \dots (4.35)$$

$$U_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_0 \times (-q)}{r} \dots (4.36)$$

$$U = U_L + U_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_0 \times q}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_0 \times (-q)}{r} = 0 \dots (4.37)$$

$$V = \frac{U}{q_0} = 0 \dots (4.38)$$

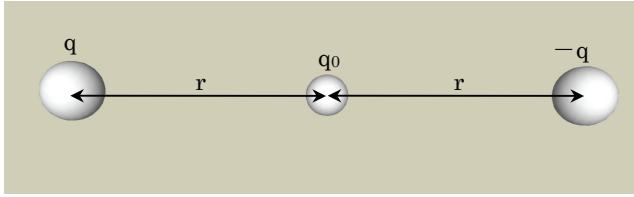


図 4.1 静電場が零でない場合の電位が零の説明

電位 (4.38) は電位の定義 (2.4) を使用して算出した. (4.14) を使用して電気量 (4.34) の在る位置の電位を計算する. 電位 (4.39) は電気量 (4.31) の点電荷から生じる静電場の式を使用して電気量 (4.34) の位置のその静電場内の電位の計算である. 電位 (4.40) は電気量 (4.32) の点電荷から生じる静電場の式を使用して電気量 (4.34) の位置のその静電場内の電位の計算である. 電位の重ね合わせの原理 (4.6) を使用すると電位 (4.41) を計算できる.

$$V_L = -\int_{\infty}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r} \dots (4.39)$$

$$V_R = -\int_{\infty}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{-q}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{-q}{r} \dots (4.40)$$

$$V = V_L + V_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{-q}{r} = 0 \dots (4.41)$$

ここで, 図 4.1 の電気量 (4.34) の点電荷の位置の電場の大きさを計算する. 電気量 (4.31) の点電荷の静電場の式は (4.42) で記述できる. 電気量 (4.32) の点電荷の静電場の式は (4.43) で記述できる. (4.42) の静電場内の静電気力——(4.34) に作用するクーロン力——は (4.44) である. (4.43) の静電場内の静電気力——(4.34) に作用するクーロン力——は (4.45) である. (4.44) の符号は正であり, 斥力を意味する. (4.45) の符号は負であり, 引力を意味する. 電気量 (4.34) の点電荷に作用する (4.44) および (4.45) の静電気力の向きは同じである. このために, 電気量 (4.34) の点電荷に作用する静電気力の大きさは (4.46) で記述できる. 静電気力の大きさ (4.46) を (4.47) に記述すると, (4.47) の左辺の静電場は電気量 (4.31) および電気量 (4.32) の 2 つの点電荷から生じた静電場である. (4.47) を使用すると, この静電場の大きさは (4.48) で記述できる. 静電場の大きさ (4.48) から (4.49) になる.

$$E_L = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r^2} \dots (4.42)$$

$$E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r^2} \dots (4.43)$$

$$q_0 \times E_L = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_0 \times q}{r^2} \dots (4.44)$$

$$q_0 \times E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_0 \times (-q)}{r^2} \dots (4.45)$$

$$q_0 \times E_L + q_0 \times E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_0 \times q}{r^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_0 \times (-q)}{r^2} = 2 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_0 \times q}{r^2} \dots (4.46)$$

$$q_0 \times E = q_0 \times E_L + q_0 \times E_R \dots (4.47)$$

$$E = E_L + E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r^2} = 2 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q}{r^2} \dots (4.48)$$

$$E \neq 0 \dots (4.49)$$

(4.38) および (4.41) では電位は零であった。しかし、(4.49) から分かるように図 4.1 の (4.34) の点電荷の在る位置の静電場は零でない。

5. 電位と静電気力のなす仕事

静電場に電気量 (5.1) の点電荷が在るものとする。その点電荷に合力 (5.2) が作用するものと仮定する。

(5.2) の第 2 項は静電気力である。(5.2) の第 1 項は第 2 項の静電気力以外の質点に作用しているすべての力である。(5.3) はエネルギー原理——本書の第 1 回の (3.30) で説明した。——に条件を記述した場合のものである。保存力の仕事とポテンシャルエネルギーの差は (5.4) の関係を第 1 回——第 1 回の (3.4) ——で定義した。(5.4) の右辺の仕事は保存力となる静電気力のなす仕事である。(5.4) に (5.5) を仮定する。(5.5) の左辺を (5.6) の右辺で記述する場合は、(5.5) から (5.7) が記述できる。(5.7) の左辺および右辺を、それぞれ (5.8) および (5.9) のように——(2.7) を使用する。——記述する。(5.8) および (5.9) を (5.7) に代入すると (5.10) を記述できる。(5.10) から (5.11) になる。ただし、(5.11) の左辺および右辺は、それぞれ a 点および b 点での電位とする。

$$qC \dots (5.1)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{ex} + \mathbf{F}_c \neq \mathbf{0}, (\mathbf{F}_c \neq \mathbf{0}) \dots (5.2)$$

$$\Delta K = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} \dots (5.3)$$

$$\Delta U = - \int_a^b \mathbf{F}_c \cdot d\mathbf{s} \dots (5.4)$$

$$\Delta U = 0 \dots (5.5)$$

$$\Delta U = U_b - U_a \dots (5.6)$$

$$U_b = U_a \dots (5.7)$$

$$U_a = q \times V_a \dots (5.8)$$

$$U_b = q \times V_b \dots (5.9)$$

$$q \times V_a = q \times V_b \dots (5.10)$$

$$V_a = V_b \dots (5.11)$$

(5.11) では a 点と b 点での電位が等しいことを示す。この (5.11) では (5.3) が成立する。次に、(5.3) の右辺の内積では (5.12) になるものと仮定する。(5.12) の場合は、(5.5) が成立するためには、(5.4) の積分区間の a 点および b 点は同じ点となる。しかし、電場内の電気力でも保存力とならない場合がある。この場合については付録 iv で説明した。

$$\mathbf{F}_c \cdot d\mathbf{s} = |\mathbf{F}_c| \cdot |d\mathbf{s}| \cdot \cos\theta > 0 \dots (5.12)$$

(5.2) の仮定に反して (5.13) が成立する場合を考える。(5.13) が成立するならば、(5.4) の積分区間の始点と終点が異なる位置であっても、(5.5) を満足する。この (5.13) の場合でも (5.11) は成立する。

$$|\mathbf{F}_c| = 0 \dots (5.13)$$

6. あとがき

本文では主に静電場内での現象についての理論物理学上の話をした。付録ivでは静電場でない場合についても簡単に説明した。この第3回では電位の定義についての話であったので電流および起電力の説明はしていない。電流および起電力については第5回で説明をしている。本書の第3回の付録で、マクスウェルの方程式系の基礎方程式と呼ばれる4つの式のうち3つの式——ガウスの法則、ファラデーの法則および無磁荷——を簡単に説明した。次回——第4回——では付録でマクスウェルの方程式系の基礎方程式になる残りの1つを説明する。残りの1つの基礎方程式は静電場のアンペールの法則に電束電流の項を加えた方程式である。マクスウェルの方程式系については、本書の第5回およびOptionでも使用する。

次回——本書の第4回——には電位差について説明する。電位差は電圧とも呼ぶが、次回の電位差は電磁気学的な説明である。力学的エネルギー保存の法則を使用しての電位差の説明をする。また、導体についても説明する。導体を説明する箇所で、ガウスの法則を説明する。ガウスの法則を使用して算出した電場から電位差を計算する。この電位差を使用して導体の静電容量の算出をする。導体の回路素子ではコンデンサについて説明をする。そして、コンデンサの静電容量と静電氣的ポテンシャルエネルギーを計算する。

付録

i. 誘電率を考慮した電位の式

(a.1.1) は前回の付録iiiで説明した誘電率である。(a.1.1) を使用して電位 (2.6) を記述すると (a.1.2) になる。(a.1.2) の比誘電率が正の場合と負の場合に分けて前回と同様に簡単な説明をする。

$$\varepsilon = \varepsilon_r \times \varepsilon_0 \dots (a.1.1)$$

$$V_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \times \frac{q_1}{r} \dots (a.1.2)$$

(a.1.3) の場合は電位 (2.6) と同様の符号を得る。しかし、電位の大きさは比誘電率の影響で電位 (2.6) とは異なることは明らかである。

(a.1.4) の場合は、電位 (2.6) の場合とは反対の符号を得る。(a.1.2) の分子の電気量が正の場合は (a.1.2) の左辺の符号は負になる。(a.1.2) の分子の符号が負の場合は (a.1.2) の左辺の符号は正になる。

$$\varepsilon_r > 0 \dots (a.1.3)$$

$$\varepsilon_r < 0 \dots (a.1.4)$$

ii. スカラーポテンシャル

ここで使用する関数はすべて連続な関数であるとする。ベクトル解析学では、スカラーポテンシャルと呼ばれる関数を定義している。(a.2.1) に対しては (a.2.2) はベクトルであり、(a.2.3) はスカラー関数である。

(a.2.2) に対して (a.2.1) が成立する (a.2.3) は、(a.2.2) に対するスカラーポテンシャルとして定義している。

$$\mathbf{A} = -\nabla \varphi \dots (a.2.1)$$

$$\mathbf{A} \dots (a.2.2)$$

$$\varphi \dots (a.2.3)$$

(a.2.2) が (a.2.4) を満足する場合を考える。(a.2.4) に (a.2.1) を代入すると (a.2.5) になる。

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{0} \dots (a.2.4)$$

$$\nabla \times (-\nabla \varphi) = \mathbf{0} \dots (a.2.5)$$

(a.2.6) を満足するベクトル (a.2.7) があるならば、(a.2.7) を (a.2.8) に対するベクトルポテンシャル

と呼ぶことがある。付録ivでベクトルポテンシャルを使用している。(a.2.6)には(a.2.9)が成立する。

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{V} \dots (\text{a.2.6})$$

$$\mathbf{V} \dots (\text{a.2.7})$$

$$\mathbf{B} \dots (\text{a.2.8})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{V}) = 0 \dots (\text{a.2.9})$$

iii. Poisson の方程式および Laplace の方程式

ベクトルの内積として(a.3.1)のように計算する。(a.3.1)の V はベクトルではなく、スカラー関数とする。この(a.3.1)の右辺の演算子を(a.3.2)のように定義してラプラシアンと呼ぶ演算子として扱う。

$$\nabla \cdot \nabla V = \left(\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \right) \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{k} \right) = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}, (V: \text{スカラー関数}) \dots (\text{a.3.1})$$

$$\text{Laplacian (ラプラシアン)}: \Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \dots (\text{a.3.2})$$

(a.3.3)を電気量の体積密度とする。電位、電気量の体積密度および誘電率の間には(a.3.4)の関係が成立する。(a.3.4)をPoissonの方程式と呼ぶ。ただし、電位は V_r であり誘電率は ϵ である。体積密度(a.3.5)が成立する場合はPoissonの方程式(a.3.4)は(a.3.6)に記述できる。(a.3.6)をLaplaceの方程式と呼ぶ。Poissonの方程式(a.3.4)およびLaplaceの方程式(a.3.6)は前回——第2回——で説明したクーロンの法則を変形したものとして解釈できる。

$$\rho \dots (\text{a.3.3})$$

$$\nabla^2 V_r = -\frac{\rho}{\epsilon} \dots (\text{a.3.4})$$

$$\rho = 0 \dots (\text{a.3.5})$$

$$\nabla^2 V_r = 0 \dots (\text{a.3.6})$$

クーロンの法則の変形としてガウスの法則と呼ばれるものがある。(a.3.7)はガウスの法則の微分形と呼ばれるものである。ガウスの法則の微分形(a.3.7)に記述してある(a.3.8)は電束密度とよばれるものである。電束密度(a.3.8)の右辺は誘電率と一般的な電場——静電場だけでなく動場の電場も記述している。——との積である。このクーロンの法則の変形とも解釈できるガウスの法則の微分形(a.3.7)から上述のPoissonの方程式(a.3.4)およびLaplaceの方程式(a.3.6)を以下に導出する。

$$\text{div} \mathbf{D} = \rho \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^3} \right] (= \nabla \cdot \mathbf{D}) \dots (\text{a.3.7})$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \times \mathbf{E} \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right] \dots (\text{a.3.8})$$

(a.3.7)の左辺に(a.3.8)を代入すると(a.3.9)——(a.3.9)の電場を静電場とする。——に記述できる。

(2.13)から(a.3.10)——(a.3.10)の電場は静電場である。——が記述できることは明らかである。静電場(a.3.10)を(a.3.9)に代入すると(a.3.11)が記述できる。(a.3.11)は(a.3.12)に記述できる。(a.3.12)を(a.3.13)に記述するとPoissonの方程式(a.3.4)になる。

$$\text{div} \mathbf{D} = \nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{\partial(\epsilon \times E_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\epsilon \times E_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\epsilon \times E_z)}{\partial z} \dots (\text{a.3.9})$$

$$\mathbf{E} \left[\frac{\text{N}}{\text{C}} \right] = -\nabla V_r \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right] \dots (\text{2.13})$$

$$E_x = -\frac{\partial V_r}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial V_r}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial V_r}{\partial z} \dots (\text{a.3.10})$$

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = \nabla \cdot \mathbf{D} = \varepsilon \times \frac{\partial}{\partial x} E_x + \varepsilon \times \frac{\partial}{\partial y} E_y + \varepsilon \times \frac{\partial}{\partial z} E_z = \varepsilon \times \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial V_r}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\partial V_r}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{\partial V_r}{\partial z} \right) \right) \dots (\text{a.3.11})$$

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = -\varepsilon \times \left(\frac{\partial^2 V_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} \right) = -\varepsilon \times \nabla^2 V_r \dots (\text{a.3.12})$$

$$-\frac{\operatorname{div}\mathbf{D}}{\varepsilon} = -\frac{\rho}{\varepsilon} = \nabla^2 V_r \dots (\text{a.3.13})$$

(a.3.7) のガウスの法則は (a.3.14) のように記述できる. 電束密度 (a.3.8) を使用して (a.3.15) に書き直せる. (a.3.15) の左辺—— (a.3.15) の左辺の電場を静電場とする. ——に (2.13) を代入すると—— (a.3.1) を使用する. —— (a.3.16) に記述できる. (a.3.15) および (a.3.16) から Poisson の方程式 (a.3.4) に記述できる.

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \dots (\text{a.3.14})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \dots (\text{a.3.15})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \nabla \cdot (-\nabla V_r) = -\nabla^2 V_r, (\mathbf{E} = -\nabla V_r) \dots (\text{a.3.16})$$

(a.3.1) を (a.3.2) で使用した. しかし, (a.3.1) ではスカラー関数に演算子を作用させている. (a.3.2) のラプラシアンをベクトル関数に作用させる場合は次の注意が必要である. (a.3.2) のラプラシアンについては (a.3.17) を満足する. (a.3.17) の (a.3.18) はベクトルである. ナブラ (2.9) と (a.3.18) の内積は (a.3.19) になる. (a.3.20) のように置くと (a.3.17) の右辺は (a.3.21) に記述できる. (a.3.17) の左辺は (a.3.22) になり, (a.3.21) とは異なる. (a.3.1) ではスカラー関数で計算したが (a.3.22) ではベクトル関数での計算である. 一般の曲線座標では, (a.3.23) の左辺の計算の定義として (a.3.23) の右辺の計算を使用する. ただし, 直交座標では (a.3.24) が成立する.

$$\nabla^2 \mathbf{A} \neq \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) \dots (\text{a.3.17})$$

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k} \dots (\text{a.3.18})$$

$$\text{nabla(ナブラ)}: \nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \dots (2.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \dots (\text{a.3.19})$$

$$R = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \dots (\text{a.3.20})$$

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) = \left(\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \right) \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial R}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial R}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial R}{\partial z} \mathbf{k} \dots (\text{a.3.21})$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial z^2} \dots (\text{a.3.22})$$

$$(\nabla \cdot \nabla) \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) \dots (\text{a.3.23})$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = (\nabla \cdot \nabla) \mathbf{A} \dots (\text{a.3.24})$$

iv. ファラデー (Faraday) の法則

(a.4.1) は電磁力の式である. (a.4.1) の左辺の力をローレンツ (Lorentz) 力と呼ぶ. 本書の第1回および第2回では静電場でのローレンツ力 (a.4.1) の右辺の第一項について説明した. ローレンツ力 (a.4.1) に

よると次のように磁気力が作用する. 電気量 (a.4.2) および速度 (a.4.3) をもつ点電荷が磁束密度 (a.4.4) の磁場内で移動するとき, その点電荷にはローレンツ力 (a.4.1) の右辺の第二項の力が作用する.

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdots (\text{a.4.1}) \text{ローレンツ (Lorentz) 力}$$

$$q \cdots (\text{a.4.2})$$

$$\mathbf{v} \cdots (\text{a.4.3})$$

$$\mathbf{B} \cdots (\text{a.4.4})$$

(a.4.1) の第一項は電気力であり, 第二項は磁気力である. (a.4.1) の第一項の電気力がクーロン力での仕事の計算では静電的ポテンシャルエネルギーになることを第2回で説明した. (a.4.1) の右辺の第一項の電気力では静電場でない場合も記述している. 静電場でない電場も記述している一般的な電場の記述は (a.4.5) である. (a.4.5) では電気力が保存力でない場合がある. (a.4.5) の第一項の (a.4.6) はスカラーポテンシャルと呼ぶことがある. このスカラーポテンシャルが電位でない場合について後で計算する. (a.4.5) の第二項の (a.4.7) はベクトルポテンシャルと呼ばれる. (a.4.7) のベクトルポテンシャルは (a.4.8) で磁束密度と関係を与えられる. ベクトル解析学では磁束密度 (a.4.8) の右辺のベクトル (a.4.7) をベクトル (a.4.4) に対するベクトルポテンシャルと呼ぶことは付録 ii で説明した.

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdots (\text{a.4.5})$$

$$\phi \cdots (\text{a.4.6})$$

$$\mathbf{A} \cdots (\text{a.4.7})$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \cdots (\text{a.4.8})$$

(a.4.9) では電場の電気力が保存力でない場合を含む記述している. (a.4.9) をファラデーの法則と呼ぶ. (a.4.10) もファラデーの法則である. (a.4.9) はファラデーの法則の微分形である. (a.4.10) はファラデーの法則の積分形である. (a.4.10) の右辺の (a.4.11) は磁束である. (a.4.10) の両辺に電気量 (a.4.2) を掛けると (a.4.1) の右辺の第一項が (a.4.12) の左辺に記述できる. (a.4.12) の右辺の記述では, その電場の電気力が保存力であることは認められない.

しかし, (a.4.13) を常に満足するときは (a.4.12) は (a.4.14) になる. (a.4.14) はクーロン力の場合と同じ結果である.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdots (\text{a.4.9}) \text{ファラデーの法則 (微分形)}$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \cdots (\text{a.4.10}) \text{ファラデーの法則 (積分形)}$$

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS \cdots (\text{a.4.11})$$

$$\oint (q\mathbf{E}) \cdot d\mathbf{s} = q \times \left(-\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) \cdots (\text{a.4.12})$$

$$\mathbf{B} = 0 (= \text{const.}) \cdots (\text{a.4.13})$$

$$\oint (q\mathbf{E}) \cdot d\mathbf{s} = 0 \cdots (\text{a.4.14})$$

電場 (a.4.5) の導出をする. ファラデーの法則 (a.4.9) を (a.4.15) に書き直す. (a.4.15) の左辺の第二

項に磁束密度 (a.4.8) を代入すると (a.4.16) になる. (a.4.16) を整理すると (a.4.17) に記述できる. (a.4.17) の場合は, 連続な関数で (a.4.18) の関係を満足する——ベクトル解析学での公式を使用する. (a.2.5) で説明した. ——スカラーポテンシャルがある. (a.4.18) を整理すると (a.4.5) になる.

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \dots (a.4.15)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{A}) = 0 \dots (a.4.16)$$

$$\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \dots (a.4.17)$$

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\text{grad} \phi \dots (a.4.18)$$

(a.4.18) の右辺のスカラーポテンシャルは任意の定数を加えても (a.4.18) の左辺のベクトルに対するスカラーポテンシャルになる. このために, (a.4.18) の右辺では, (a.4.18) の右辺のスカラーポテンシャルは一意に決定はしない. この一意にならないことで, (a.4.18) の右辺のスカラーポテンシャルを 2 章で定義した (2.4) の電位としては解釈できない. これらのことを考慮して (a.4.18) の右辺のスカラーポテンシャルが電位になる場合について次に説明する.

(a.4.19) および (a.4.20) をまとめてゲージ変換と呼ぶ. (a.4.19) および (a.4.20) の右辺の第二項の関数 χ は空間および時間に対して微分可能な任意の関数である. (a.4.19) の右辺の第一項は (a.4.5) の右辺の第二項のベクトルポテンシャルである. (a.4.20) の右辺の第一項は (a.4.5) の右辺の第一項のスカラーポテンシャルである. (a.4.5) の電場は (a.4.19) および (a.4.20) の左辺のベクトルポテンシャルおよびスカラーポテンシャルを使用しても (a.4.5) の左辺と同じ電場を記述できる.

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{A} + \text{grad} \chi \dots (a.4.19)$$

$$\phi_0 = \phi - \frac{\partial \chi}{\partial t} \dots (a.4.20)$$

(a.4.19) を (a.4.21) に書き直す. (a.4.20) を (a.4.22) に書き直す. (a.4.21) の両辺を時間で微分すると (a.4.23) を記述できる.

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 - \text{grad} \chi \dots (a.4.21)$$

$$\phi = \phi_0 + \frac{\partial \chi}{\partial t} \dots (a.4.22)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t} - \frac{\partial(\text{grad} \chi)}{\partial t} \dots (a.4.23)$$

(a.4.22) および (a.4.23) を (a.4.5) に代入すると (a.4.24) になる. (a.4.24) の右辺は (a.4.25) の右辺に記述できる. (a.4.25) の右辺は (a.4.26) の右辺になる. ただし, (a.4.27) を満足する. (a.4.26) の左辺の電場は (a.4.5) の左辺の電場と同じものであることは明らかである.

$$\mathbf{E} = -\text{grad} \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\text{grad} \left(\phi_0 + \frac{\partial \chi}{\partial t} \right) - \left(\frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t} - \frac{\partial(\text{grad} \chi)}{\partial t} \right) \dots (a.4.24)$$

$$\mathbf{E} = -\text{grad} \left(\phi_0 + \frac{\partial \chi}{\partial t} \right) - \left(\frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t} - \frac{\partial(\text{grad} \chi)}{\partial t} \right) = -\text{grad} \phi_0 - \text{grad} \frac{\partial \chi}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t} + \frac{\partial(\text{grad} \chi)}{\partial t} \dots (a.4.25)$$

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\phi_0 - \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t} \dots (\text{a.4.26})$$

$$\text{grad} \frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{\partial(\text{grad}\chi)}{\partial t} \dots (\text{a.4.27})$$

(a.4.5) および (a.4.26) に (a.4.28) に仮定すると (a.4.29) になる. (a.4.28) が常に成立するならば, (a.4.29) の式の記述は静電場と、その静電場の電位の関係である. しかし、静電場の電位——2章の電位の定義では電位は一意に定まる. ——は一意に定まる. ここで、(a.4.29) の2つのスカラーポテンシャルが等しいことを示す.

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial t} = 0 (= \text{const.}) \dots (\text{a.4.28})$$

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\phi = -\text{grad}\phi_0 \dots (\text{a.4.29})$$

(a.4.29) の2つのスカラーポテンシャルが等しいならば (a.4.30) が記述できる. (a.4.30) が成立するならば、(a.4.22) から (a.4.31) が成立する. (a.4.27), (a.4.28) および (a.4.31) が成立するならば (a.4.23) から (a.4.32) が算出できる. このときに、(a.4.29) の右辺のスカラーポテンシャルは一意になり、そのスカラーポテンシャルは電位である.

$$\phi = \phi_0 \dots (\text{a.4.30})$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = 0 (= \text{const.}) \dots (\text{a.4.31})$$

$$\frac{\partial(\text{grad}\chi)}{\partial t} = 0 \dots (\text{a.4.32})$$

(a.4.18) の左辺に電気量を掛けると (a.4.33) の左辺になる. (a.4.33) の計算では (a.4.29) —— (a.4.5) で (a.4.28) が成立する. ——を使用する. (a.4.33) の右辺は (a.4.34) になり、電気力の仕事は閉曲線に沿った線積分が零になることを示す. (a.4.34) から (a.4.35) を記述できる. (a.4.35) は静電場のときに成立する. (a.4.35) が成立するならば、(a.4.29) になることは (a.2.5) から明らかである.

$$q \times \oint \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{s} = q \times \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + q \times \oint \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} = q \times \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0 \dots (\text{a.4.33})$$

$$q \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0 \dots (\text{a.4.34})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \dots (\text{a.4.35})$$

磁束密度には (a.4.8) を使用すると —— (a.2.9) を使用する. —— (a.4.36) が記述できる. (a.4.36) は磁荷が存在しないことを意味する. 実際は、(a.4.36) を使用して —— (a.2.9) を使用する. —— (a.4.8) を導出する. (a.4.36) では磁荷が発見されていないために (a.4.36) の右辺は零になる. ただし、一般的に、磁荷とは電気量に対応する仮想的な量として扱われることはある. 本書では、‘無磁荷’の表示で磁荷が発見されていないものとして扱う.

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \dots (\text{a.4.36}) \text{ (無磁荷: 本書では磁荷が発見されていないものとして扱う.)}$$

2007年現在の物理学ではマクスウェルの方程式系の基礎方程式と呼ばれるもので、電場および磁場の一般的な記述をする. マクスウェルの方程式系の基礎方程式は4つある. 第3回では、4つのうち3つの基礎方程式を記述した. (a.3.7), (a.4.9) および (a.4.36) がその3つの —— 微分形の記述である —— 基礎方

程式である。マクスウェルの方程式系およびローレンツカ——一般に電磁力はローレンツカで記述する。——を使用して、第5回では考察をする。

v. 系の静電的ポテンシャルエネルギー

(2.7) を使用して孤立導体球の静電的ポテンシャルエネルギーを計算する。半径 R の孤立導体球の球面に点電荷が分布しているものとする。この孤立導体球の球面上の点電荷の分布を点電荷の系と見なすものとする。

$$U_n = q_2 \times V_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_2 q_1}{r_0} \dots (2.7)$$

電位を数とする区間 (a.5.1) を仮定する。区間 (a.5.1) に分割 P (a.5.2) を仮定する。分割 P (a.5.2) では、区間 (a.5.3) が存在する。分割 P の区間 (a.5.3) 内に (a.5.4) の点が存在する。この (a.5.4) の点に対応する電気量 (a.5.5) を仮定する。区間 (a.5.3) の長さとしての電位の差 (a.5.6) が在る。孤立導体球に電位の差 (a.5.6) を与えると、その孤立導体球に生じる静電的ポテンシャルエネルギーの近似の値を (a.5.7) で記述できるものとする。近似の計算としての孤立導体球に生じる静電的ポテンシャルエネルギー (a.5.7) では、近似の計算としての電気量 (a.5.5) をその孤立導体球が持っているものとなる。

$$[0, V] \dots (a.5.1)$$

$$0 = V_0 < \dots < V_i < \dots < V_n = V \dots (a.5.2) \text{ 分割 } P$$

$$[V_{i-1}, V_i], (i=1, \dots, n) \dots (a.5.3) \text{ 分割 } P \text{ の各区間}$$

$$V_{i-1} < \zeta_i < V_i \dots (a.5.4) \text{ 区間 (a.5.3) 内の点}$$

$$q(\zeta_i) \dots (a.5.5)$$

$$\Delta V_i = V_i - V_{i-1} \dots (a.5.6) \text{ 区間 (a.5.3) の長さ}$$

$$\Delta U_i = q(\zeta_i) \times \Delta V_i \dots (a.5.7)$$

極限值 (a.5.8) が存在することを仮定する。(a.5.8) の右辺には、その孤立導体球が持っている静電的ポテンシャルエネルギーの差を記述している。(a.5.8) の λ については、第4回⁷⁾の付録iiで触れている。

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_i q(\zeta_i) \Delta V_i = U(V) - U(0) \dots (a.5.8)$$

極限值 (a.5.8) の左辺に記述している (a.5.9) はリーマン和と呼ばれるものである。リーマン和で記述した極限值 (a.5.8) の左辺はリーマン積分 (a.5.10) で記述できる。(a.5.8) および (a.5.10) を使用すると、定積分 (a.5.11) を記述できる。一般に積分 (a.5.11) の静電的ポテンシャルエネルギーは電気量 (a.5.5) の閉区間 $[0, V]$ 上の原始関数として扱うものとの判断は、経験からの著者の考えである。

$$\sum_i q(\zeta_i) \Delta V_i \dots (a.5.9) \text{ リーマン和}$$

$$\int_0^V q(V) dV = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_i q(\zeta_i) \Delta V_i \dots (a.5.10) \text{ リーマン積分}$$

$$\int_0^V q(V) dV = U(V) - U(0) \dots (a.5.11)$$

孤立導体球の中心から r の距離に在る位置に対応する電位を (a.5.12) で記述できることを仮定する。(a.5.12) が、その孤立導体球に使用できることは本書の第4回で説明している。

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \times r} \dots (a.5.12)$$

その孤立導体球の半径を (a.5.13) であるものと仮定する. その孤立導体球の各点の電位は等しいものと仮定する. このように各点の電位が等しいことは本書の第4回の導体の箇所での説明をしている.

$$r = R = \text{const.} (\neq 0) \dots (a.5.13)$$

その孤立導体球の表面上の位置の電位を (a.5.13) を (a.5.12) に代入することで, (a.5.14) で記述する. (a.5.14) を使用して, 孤立導体球の表面上に分布している電気量を (a.5.15) で記述する.

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \times R} \dots (a.5.14)$$

$$q(V) = 4\pi\epsilon_0 R \times V \dots (a.5.15)$$

電気量 (a.5.15) および定積分 (a.5.11) を使用して, (a.5.16) を記述する. 定積分 (a.5.16) の右辺を (a.5.17) のように計算できる. 電気量が零であるものと, 他の零でない電気量との相互作用で生じる静電的ポテンシャルエネルギーは零になる. このことは, (2.1), (4.4) および (4.5) から明らかである. このことから, 電気量が零の場合では, その孤立導体球の静電的ポテンシャルエネルギーは (a.5.18) であるものと仮定できる.

$$U(V) - U(0) = \int_0^V 4\pi\epsilon_0 R \times V dV = 4\pi\epsilon_0 R \times \int_0^V V dV \dots (a.5.16)$$

$$U(V) - U(0) = 4\pi\epsilon_0 R \times \int_0^V V dV = 4\pi\epsilon_0 R \times \left[\frac{1}{2} \times V^2 \right]_0^V = 4\pi\epsilon_0 R \times \frac{1}{2} \times V^2 - 0 \dots (a.5.17)$$

$$U(0) = 0 \dots (a.5.18)$$

仮定 (a.5.18) を使用すると, 定積分 (a.5.17) から孤立導体球の静電的ポテンシャルエネルギー (a.5.19) を記述できる. 孤立導体球の静電的ポテンシャルエネルギー (a.5.19) を (a.5.20) に書き直すことができる. その孤立導体球の持つ電気量 (a.5.15) を使用すると, 孤立導体球の静電的ポテンシャルエネルギー (a.5.20) は (a.5.21) で記述できる.

$$U(V) = 4\pi\epsilon_0 R \times \frac{1}{2} \times V^2 \dots (a.5.19)$$

$$U(V) = 4\pi\epsilon_0 R \times \frac{1}{2} \times V^2 = \frac{1}{2} \times (4\pi\epsilon_0 R \times V) \times V \dots (a.5.20)$$

$$U(V) = \frac{1}{2} \times q(V) \times V \dots (a.5.21)$$

孤立導体球のコンデンサの容量は (a.5.22) で記述できる. (a.5.22) は本書の第4回のコンデンサの箇所での導出している. (a.5.22) を (a.5.23) に書き直す. (a.5.23) を静電的ポテンシャルエネルギー (a.5.21) に代入すると (a.5.24) を記述できる.

$$C = 4\pi\epsilon_0 R = \frac{q}{V} \left[\frac{c}{v} \right] \dots (a.5.22)$$

$$q = C \times V \dots (a.5.23)$$

$$U(V) = \frac{1}{2} \times C \times V^2 \dots (a.5.24)$$

以下の (4.4) および (4.5) は 4 章で掲載したものである. (4.5) を使用して上述で計算した孤立導体球の球面上に分布している点電荷を系と見なした場合の系の静電的ポテンシャルエネルギーを計算する.

$$U_i = q_i \times \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r_{ij}} \dots (4.4)$$

$$U = \sum_{i=2}^n U_i = \sum_{i=2}^n \left(q_i \times \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r_{ij}} \right) \dots (4.5)$$

球面上に在る点電荷の総数を i 個とする. このとき, $i-1$ 個の球面上の点電荷が残りの 1 つの点電荷の在る位置に対応する電位を (a.5.25) で記述する. (a.5.25) は電位の重ね合わせの原理である. (a.5.25) の電位の位置に在る点電荷の電気量の静電的ポテンシャルエネルギーを (a.5.26) で記述する. (4.4) を使用すると (a.5.26) を記述できることは明らかである.

$$V_i = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r_{ij}} \dots (a.5.25)$$

$$U_i = q_i \times V_i \dots (a.5.26)$$

球面上の系を構成している各点電荷の静電的ポテンシャルエネルギーの総和を (a.5.27) で記述する. 次に, 静電的ポテンシャルエネルギーを数とする区間 (a.5.28) を仮定する.

$$U_{Sn} = \sum_{i=2}^n U_i \dots (a.5.27)$$

$$[0, U] \dots (a.5.28)$$

区間 (a.5.28) に分割 P (a.5.29) を仮定する. 分割 P (a.5.29) には区間 (a.5.30) が存在する.

$$0 = U_{s_1} < \dots < U_{s_i} < \dots < U_{s_n} = U \dots (a.5.29) \text{ 分割 P}$$

$$[U_{s_{i-1}}, U_{s_i}] (i=1, \dots, n) \dots (a.5.30) \text{ 分割 P の各区間}$$

分割 P の区間 (a.5.30) には区間内 (a.5.31) の点が存在する. これらの点に対応する関数を仮定する. その関数の値は定数である 1 になるものと仮定し, 無次元の量とする. 本書では SI を使用していることを前提にした式を記述している. その関数の単位は数字の 1 である. ここでは, SI では, その 1 となる単位記号は書かないものとする.

$$U_{s_{i-1}} < \zeta_i < U_{s_i} \dots (a.5.31) \text{ 区間 (a.5.30) 内の点}$$

区間 (5.30) の長さとなる静電的ポテンシャルエネルギーの差 (a.5.32) を記述できる. (a.5.32) を使用したリーマン和を (a.5.33) で記述する.

$$\Delta U_i = U_{s_i} - U_{s_{i-1}} \dots (a.5.32) \text{ 区間 (a.5.30) の長さ}$$

$$\sum_{i=1}^n (1 \times \Delta U_i) \dots (a.5.33) \text{ リーマン和}$$

リーマン和 (a.5.33) を使用した極限值 (a.5.34) が存在することを仮定する. 極限值 (a.5.34) は区間 (a.5.28) 上の積分 (a.5.35) として記述できる.

$$\lim_{\zeta \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n (1 \times \Delta U_i) = U \dots (a.5.34)$$

$$\int_0^U dU = \lim_{\zeta \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \Delta U_i \dots (a.5.35)$$

ここで, 次の仮定を与える. (a.5.35) の静電的ポテンシャルエネルギーは (a.5.36) のように電気量の関

区間 $[0, V]$ 上の原始関数として仮定する. (a.5.36) のような原始関数を仮定することで, 定積分 (a.5.35) を (a.5.37) に書き換えることができるものとする. (a.5.37) の右辺は (a.5.11) の左辺として解釈でき, (a.5.37) の右辺を使用したこの後の計算は (a.5.12) ~ (a.5.21) と同様とする.

$$dU = q(V)dV \dots (a.5.36)$$

$$U(V) = \int_0^V q(V)dV \dots (a.5.37)$$

第2回の付録 i で電気量が離散値で測定できた報告について説明した. この電気量が離散的にしか, 変化しないならば (a.5.36) を使用した積分 (a.5.37) で記述できることは保証できない. しかし, 不連続な場合にも (a.5.10) のように定義する一般の (リーマン) 積分は——ここでは電気量の関数を修正するものとする. あるいは広義積分を考える. ——計算できる. 電磁気学および電気回路論では, 測定値との比較で電気量が連続的に変化するものと仮定して計算した結果を使用して, 実用性のある結果を多く与えたことは明らかである.

(a.5.38) については特に本書の第3回では説明しないことにした. (a.5.38) は4章での (4.5) から記述できる. 第3回では特に (a.5.38) を使用する話が見つからなかったことを, 説明をしない理由とする.

$$V_{\Sigma} = \sum_{i=2}^n \frac{U_i}{q_i} = \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_j}{r_{ij}} \dots (a.5.38)$$

参考文献

- 1) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第1回”.](#)
- 2) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第2回”.](#)
- 3) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 Option”.](#)
- 4) ROBERT RESNICK, DAVID HALLIDAY, KENNETH S. KRANE, 1992 : PHYSICS 4th Edition Volume2, John Wiley & Sons, Inc., pp.654-659, pp.678-680, pp.683-684, p.791.
- 5) 金原寿郎編 : 『基礎物理学 下巻』, (裳華房, 1988年), pp.12-27.
- 6) 安達忠次 : 『ベクトル解析 改訂版』, (倍風館, 1990年), p.89.
- 7) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第4回”.](#)
- 8) [富岡和人, “電位の簡単な入門 2007 第5回”.](#)
- 9) Vladimir A.Zorich, Roger Cooke(Translator), 2004 : Mathematical Analysis I, Springer, p.56, pp.178-180, pp.329-330, pp.331-332.
- 1 0) [富岡和人, “AL COM.CVSyst.1 on Dec. 27, 2006”, 循環系に関する研究報告, \(2006-12-27\) .](#)
- 1 1) [富岡和人, “AL COM.CVSyst.2 on Dec. 25, 2008”, 循環系に関する研究報告, \(2008-12-25\) .](#)
- 1 2) [富岡和人, “循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第1回”.](#)
- 1 3) [富岡和人, “循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第2回”.](#)
- 1 4) [富岡和人, “循環系の回路モデルの簡単な初級講座 2007 第3回”.](#)

免責事項

A LIFFE COM.および外部の情報提供者は、ユーザーに対しこの Web サイトの内容について何ら保証するものではありません。ユーザーが A LIFFE COM.の Web サイトを利用したことにより被った損失・損害、その他 A LIFFE COM. の Web サイトに関連して被った損失・損害について、A LIFFE COM. および外部の情報提供

者は、一切責任を負いません。

本資料は情報提供を目的として作成したものです。本資料の真偽に対しては、著者、A LIFE COM.および A LIFE COM.のバイオ研究室は一切の責任を負いません。

著作権

Copyright © 2007–2009 富岡和人 All rights reserved.

文書のプロパティの文書に関する制限の概要の表示内容については著者の許可のないものとします。

本ドキュメントのバックアップのコピーは許可します。

本ドキュメントを私的利用の範囲内で印刷することは許可します。

電位の簡単な入門 2007 第3回 とみおかかずひと 富岡和人著

作成日：2007年03月16日

発行日：2007年03月16日

改訂発行日：2007年04月08日

改訂発行日：2007年11月05日

改訂発行日：2008年04月18日

改訂発行日：2008年07月13日

改訂発行日：2009年07月26日

ホームページ

<http://www.alifecom.info/>

<http://www7b.biglobe.ne.jp/~alifecom/>

<http://book.geocities.jp/alifecominfo/>

<http://alifecominfo.aikotoba.jp/>

電気の回路のページ

http://www.alifecom.info/circuit_analysis.htm

http://www7b.biglobe.ne.jp/~alifecom/circuit_analysis.htm

http://book.geocities.jp/alifecominfo/circuit_analysis.htm

http://alifecominfo.aikotoba.jp/circuit_analysis.htm